OPTIMISATION D'UN QUANTIFICATEUR VECTORIEL A CODES-PRODUITS SOUS UNE CONTRAINTE DE DEBIT FIXE

A.BENAZZA, G.TZIRITAS

Laboratoire des Signaux et des Systèmes, C.N.R.S - E.S.E., Plateau du Moulon
91190 GIF SUR YVETTE, FRANCE

Résumé: Nous étudions dans cet article l'optimisation d'un quantificateur vectoriel (QV) à codes-produits sous une contrainte de débit fixe. Le QV sera dans un premier temps, généré à l'issue de l'extraction de la moyenne des blocs de pixels, selon la méthode MRVQ (Mean Removed Vector Quantizer). Dans une seconde partie, le QV sera mis en œuvre dans le domaine transformé. Les résultats théoriques sont comparés à ceux obtenus par simulation sur des images utilisées en visiophonie ou dans la télévision numérique.

Abstract: An optimization of product-codes Vector Quantizer under a fixed rate constraint is investigated in this paper. Two product-codes are used to encode images. First is the Mean Removed Vector Quantizer which separates the mean from the vector. The second is in the transform-domain. We compare the optimal design procedure with experimental results for videoconference and digital television images.

I - INTRODUCTION

Conformément à la théorie de l'information, la quantification vectorielle (QV) apparaît comme une technique performante et d'avenir pour la compression numérique des images.
Le principe du codage est de mener une recherche exhaustive à travers un dictionnaire construit au préalable afin de trouver le plus "proche" voisin du bloc à coder, la mesure de distance choisie étant généralement la distance euclidienne. Malheureusement, la complexité de ces opérations augmente exponentiellement avec le débit et la dimension des blocs, rendant rhédibitoire la QV. Des méthodes ont été proposées pour contourner cette difficulté. Ainsi, une structure arborescente du dictionnaire permet d'obtenir une masse de calculs évoluant linéairement avec le débit. De même, en vue d'atteindre des débits très élevés, requis pour une bonne qualité de reconstruction des images, on a recours à la technique des codes-produits [1, 2] qui est moins coûteuse en complexité. En effet, ce dernier procédé s'avère efficace puisqu'il considère le dictionnaire final E comme le produit cartésien de p différents dictionnaires E_j de tailles inférieures N_j, ayant des vecteurs de dimensions k_j. Cette méthode peut encore s'exprimer par les relations suivantes:

$$E = E_1 \times \ldots \times E_p$$

où $\forall j = 1, \ldots, p \quad E_j = \{\hat{\mathbf{x}}_j^1, \ldots, \hat{\mathbf{x}}_j^{N_j}\}$

avec $\forall i_j = 1, \ldots, N_j \ \hat{\mathbf{x}}_j^{i_j} \in \mathbb{R}^{k_j}$.

La formation du dictionaire code-produit de taille N, constitué de vecteurs de dimension k, se traduit par les équations qui suivent:

$$N = \prod_{j=1}^{p} N_j \tag{1}$$

$$k = \sum_{j=1}^{p} k_j \tag{2}$$

ou encore en terme de débit, par:

$$R = \sum_{j=1}^{p} R_j \tag{3}$$

Le représentant du vecteur $\mathbf{x}$ sera le p-uplet $(\hat{\mathbf{x}}_1^{i_1}, \ldots, \hat{\mathbf{x}}_p^{i_p})$ où $\forall i_j \ \ \hat{\mathbf{x}}_j^{i_j} \in E_j$.

Les équations (1) et (3) mettent en évidence l'avantage de cette méthode: le débit global R peut être élevé sans que les tailles des dictionnaires N_j soient prohibitives. Dans la suite, nous allons présenter en quels termes se pose le problème de l'optimisation d'un QV à codes-produits, pour un débit global R donné.

II - POSITION DU PROBLEME

Théoriquement, l'optimisation d'un QV q consiste à minimiser, pour une taille N du dictionnaire donnée, la distorsion D définie par:

$D = E[\, \| \mathbf{x} - q(\mathbf{x}) \|^2]$
$\mathbf{x}$ désignant un vecteur source codé par $q(\mathbf{x})$.

Considérons le cas où le dictionnaire global E est le code-produit de p dictionnaires E_j, l'optimalité est assurée par le choix du p-uplet $(\hat{\mathbf{x}}_1^{i_1}, \ldots, \hat{\mathbf{x}}_p^{i_p})$ de $E_1 \times \ldots \times E_p$, minimisant D. La détermination d'un tel p-uplet est simplifiée si la distorsion globale est la somme des contributions séparées des p quantificateurs q_j, c'est à dire si:

$$D = \sum_{j=1}^{p} D_j \tag{4}$$

où $\forall j = 1, \ldots, p \quad D_j = E[\, \| \mathbf{x}_j - \hat{\mathbf{x}}_j^{i_j} \|^2] = E[\, \| \mathbf{x}_j - q_j(\mathbf{x}_j) \|^2]$;

le vecteur à coder $\mathbf{x}$ se décomposant sous la forme $(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_p)$.

Sous cette hypothèse, l'optimalité du quantificateur code-produit pour une taille N du dictionnaire global donnée consiste à optimiser séparément et indépendamment l'un de l'autre chacun des p quantificateurs. Il s'avère alors équivalent de résoudre le système ci-après:

$$\begin{cases} N_j^* = \mathrm{Argmin}(D_j) \quad 1 < N_j < N \quad \forall j = 1, \ldots, p \\ \quad \text{sous la contrainte } N = \prod_{j=1}^{p} N_j^* \end{cases} \tag{5}$$

L'intérêt majeur est que l'optimisation s'opère sur des dictionnaires de tailles réduites, comportant des vecteurs de dimensions plus petites. La masse des calculs peut être considérablement baissée.

Dans les sections suivantes, nous allons étudier deux QV à codes-produits particuliers. Ceux-ci sont dérivés d'un partitionnement spécifique du vecteur d'origine qui peut se traduire matriciellement par l'équation générale:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\ \mathbf{x}. \tag{6}$$

Les transformations A choisies sont inversibles et mettent en jeu un quantificateur scalaire (QS) et un QV (de dimension $k-1$).

Pour ramener l'optimisation du quantificateur global à celle des deux quantificateurs du code-produit, il suffit de pouvoir écrire la distorsion finale conformément à l'équation (4). Comme la distance quadratique dans le domaine de la partition s'exprime:

$$\mathbf{x}^T\mathbf{x} = \mathbf{y}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{y}. \tag{7}$$

Le problème revient à diagonaliser par blocs la matrice $(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$. Dans le paragraphe suivant, nous allons étudier un QV à codes-produits particulier dans le domaine spatial.

III - QV A CODES-PRODUITS DANS LE DOMAINE SPATIAL

La moyenne scalaire des intensités des pixels de blocs de faible dimension (en général, n'excédant pas 16) varie peu autour de la valeur moyenne de l'intensité de l'arrière-plan.

L'extraction de cette moyenne scalaire permet donc de diminuer la dynamique des vecteurs à coder et par là même l'utilisation d'un dictionnaire vectoriel de taille plus réduite.Cette propriété met en évidence l'intérêt de la méthode MRVQ [1, 3, 4] où la moyenne scalaire de chaque vecteur source et le vecteur résidu sont quantifiés séparément. Plus explicitement, si $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_k)^T$ désigne le vecteur source à coder, sa moyenne scalaire y_1 et le vecteur résidu associé $\mathbf{y}_{res}$ sont respectivement définis par:

$$y_1 = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k} x_j \tag{8}$$

$$\mathbf{y}_{res} = (y_2, \ldots, y_k)^T = (x_1 - y_1, \ldots, x_{k-1} - y_1)^T. \tag{9}$$

$\mathbf{y}_{res}$ est choisi de dimension $k-1$, pour éviter toute redondance. En effet, l'introduction de la composante $x_k - y_1$ annulerait la somme des k composantes. La matrice A et le vecteur y définis dans (6) et associés au partitionnement s'écrivent

$$\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_k)^T = \left[\begin{array}{c} y_1 \\ \hline \mathbf{y}_{res} \end{array}\right] \tag{10}$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{k}\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{u}^T & 1 \\ \hline k\mathbf{I} - \mathbf{u}\mathbf{u}^T & -\mathbf{u} \end{array}\right] \tag{11}$$

où $\mathbf{u} = (1, \ldots, 1)^T \in \mathbb{R}^{k-1}$.

La matrice $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ et son inverse s'écrivent :

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \frac{1}{k}\left[\begin{array}{c|c} 1 & \mathbf{0}^T \\ \hline \mathbf{0} & k\mathbf{I} - \mathbf{u}\mathbf{u}^T \end{array}\right]$$

$$(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} k & \mathbf{0}^T \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{u}^T \end{array}\right]$$

où $\mathbf{0} = (0, \ldots, 0)^T \in \mathbb{R}^{k-1}$,

$$\mathbf{x}^T\mathbf{x} = k y_1^2 + \mathbf{y}_{res}^T(\mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{u}^T)\mathbf{y}_{res}.$$

Le second terme de la somme peut se mettre sous la forme d'une distance quadratique car la matrice $\mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{u}^T$ est diagonalisable dans $\mathbb{R}^{k-1}$. En effet, le vecteur $\mathbf{u}$ est un vecteur propre , associé à la valeur propre k. L'hyperplan $\{\mathbf{u}\}^{\perp}$ est donc un sous-espace vectoriel propre (associé à la valeur propre 1) de $\mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{u}^T$. Par conséquence, toute base orthogonale de $\{\mathbf{u}\}^{\perp}$ complétée par le vecteur $\mathbf{u}$ diagonalise $\mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{u}^T$. Le choix d'une telle base se fait sur des critères de simplicité de mise en œuvre. Pour notre part, nous avons opté pour la base des vecteurs $\{\mathbf{v}_j\}$ intervenant dans le calcul de la transformée en Cosinus Discret c'est à dire:

$$\mathbf{v}_2 = \sqrt{\frac{k}{k-1}}\,\mathbf{u}$$

$$\mathbf{v}_j = (v_j^2, \ldots, v_j^k)^T \quad \forall j = 3, \ldots, k$$
$$= \left(\sqrt{\frac{2}{k-1}}\cos\left(\frac{(2i-3)(j-2)\,\pi}{2(k-1)}\right)\right) \quad \forall i = 2, \ldots, k..$$

La décomposition de Karhunen-Loève s'écrivant

$$\mathbf{I} + \mathbf{u}\mathbf{u}^T = \sum_{j=2}^{k} \mathbf{v}_j\mathbf{v}_j^T,$$

la norme considérée devient alors:

$$\mathbf{x}^T\mathbf{x} = k y_1^2 + \sum_{j=2}^{k} (\mathbf{v}_j^T\mathbf{y}_{res})^2.$$

Ainsi, en posant $\begin{cases} z_{scal} = \sqrt{k}\, y_1 \\ \mathbf{z}_{vect} = (\mathbf{v}_2^T\mathbf{y}_{res}, \ldots, \mathbf{v}_k^T\mathbf{y}_{res})^T \end{cases}$

et, en exploitant l'orthogonalité des vecteurs $\mathbf{v}_j$, le partitionnement définitif sera associé à une matrice unitaire qui conserve la norme. On a finalement

$$\mathbf{x}^T\mathbf{x} = \mathbf{z}^T\mathbf{z}$$

$$\text{avec } \mathbf{z} = \left[\begin{array}{c} z_{scal} \\ \hline \mathbf{z}_{vect} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{B}_{scal} \\ \hline \mathbf{B}_{vect} \end{array}\right] = \mathbf{B}\ \mathbf{x} \tag{12}$$

$$
\text{où } \mathbf{B} = \left[\begin{array}{c|c}
\sqrt{\frac{1}{k}}\,\mathbf{u}^{\mathrm{T}} & \sqrt{\frac{1}{k}} \\
\hline
\frac{1}{k}\mathbf{v}_2^{\mathrm{T}} & -\sqrt{\frac{k-1}{k}} \\
\mathbf{v}_3^{\mathrm{T}} & 0 \\
\vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots \\
\mathbf{v}_k^{\mathrm{T}} & 0
\end{array}\right] \tag{13}
$$

Ainsi, la transformation **B** permet-elle l'optimisation séparée et des quantificateurs scalaire et vectoriel (de dimension $k-1$) garantissant celle du QV global.

Dans la section suivante, nous allons établir le même résultat concernant un QV à codes-produits dans un espace transformé particulier.

IV - QV A CODES-PRODUITS DANS LE DOMAINE TRANSFORME

Le passage dans un espace transformé est fréquemment utilisé et trouvé de nombreuses justifications [5]. En effet, le domaine transformé concentre sur un nombre réduit de coefficients transformés les caractéristiques énérgétiques du signal traité. Par ailleurs, les transformations orthogonales décorrèlent les composantes du vecteur source, éliminant ainsi les redondances intravecteurs. La QV vient compléter ce processus en s'attachant à supprimer les redondances intervecteurs. Nous avons utilisé la transformation en Cosinus Discret (TCD) à 2 dimensions car elle présente de bonnes propriétés de décorrélation, s'avérant une bonne approximation de la transformée optimale de Karhunen-Loève. De plus, elle se prête à une implémentation algorithmique aisée et rapide. Les éléments c_{ij} de la matrice de la transformation 1D (de dimension $\sqrt{k} \times \sqrt{k}$) sont donnés par:

$$
c_{ij} = \left(\sqrt{\frac{2}{\sqrt{k}}}\,c(i)\cos\left(\frac{(2j-1)(i-1)\pi}{2\sqrt{k}}\right)\right) \qquad \forall i, j = 1, \ldots, \sqrt{k}
$$

avec $c(1) = \sqrt{\frac{1}{2}}$ et $c(i) = 1$ ailleurs.

Si $\mathbf{x}$ désigne le bloc original d'images, $\mathbf{z}$ son transformé est donné par la relation suivante:

$$
\mathbf{z} = \mathbf{B}\mathbf{x} = (\mathbf{C}^{\mathrm{T}} \otimes \mathbf{C})\mathbf{x} \tag{14}
$$

L'opérateur $\otimes$ désigne le produit de Kronecker (direct gauche).

Le premier coefficient transformé z_1 représente l'information moyenne des luminances du bloc traité. Cette composante continue ou DC s'avère essentielle pour une bonne qualité de reconstruction de l'image. Il est donc impératif de la coder (et la transmettre dans le domaine original) avec une bonne précision. Cette dernière remarque préconise le partitionnement du vecteur transformé $\mathbf{z}$ en vue de quantifier séparément z_1 des $k-1$ composantes restantes.

En conservant les notations précédentes, on obtient:

$$
\begin{cases} z_{\text{scal}} = z_1 \\ \mathbf{z}_{\text{vect}} = (z_2, \ldots, z_k)^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{15}
$$

La transformation DCT étant unitaire, la norme est conservée et comme précédemment la distorsion globale est la superposition des distorsions dues aux deux quantificateurs mis en place.

Ainsi, l'optimisation des deux QV à codes-produits revient-elle à à la résolution du système (5) que nous allons à présent nous attacher à développer.

V - OPTIMISATION DU QUANTIFICATEUR A DEBIT FIXE

Dans des conditions asymptotiques (taille N du dictionnaire élevée), la référence [6] fournit une expression explicite de la distorsion quadratique optimale d'un QV de dimension k

$$
D^* = k\, d(k) N^{-2/k} \| p(\mathbf{x}) \|_{k/(k+2)}. \tag{16}
$$

où $d(k)$ représente un coefficient de quantification indépendant de la densité de probabilité $p(\mathbf{x})$ des vecteurs-sources et,

$$
\| p(\mathbf{x}) \|_{k/(k+2)} = \left[\int_{\Omega_{\mathbf{x}}} [p(\mathbf{x})]^{k/(k+2)}\, d\mathbf{x}\right]^{(k+2)/k}. \tag{17}
$$

Par ailleurs, les partionnements étudiés précédemment impliquent la superposition des distorsions,

$$
D^* = D^*_{\text{scal}} + D^*_{\text{vect}}
$$

$$
\text{avec} \begin{cases} D^*_{\text{scal}} = d(1) N_{\text{scal}}^{-2} \| p(z_{\text{scal}}) \|_{1/3} \\ D^*_{\text{vect}} = (k-1) d(k-1) N_{\text{vect}}^{-2/(k-1)} \| p(\mathbf{z}_{\text{vect}}) \|_{(k-1)/(k+1)} \end{cases}
$$

La contrainte (1) fait apparaître D^* comme une fonction de N_{scal}, paramétrée par N. Il en résulte donc

$$
D^* = \delta_{\text{scal}} N_{\text{scal}}^{-2} + \delta_{\text{vect}} N^{-2/(k-1)} N_{\text{scal}}^{-2/(k-1)} \tag{18}
$$

$$
\text{où} \qquad \begin{cases} \delta_{\text{scal}} = d(1) \| p(z_{\text{scal}}) \|_{1/3} \\ \delta_{\text{vect}} = (k-1) d(k-1) \| p(\mathbf{z}_{\text{vect}}) \|_{(k-1)/(k+1)} \end{cases}
$$

Le problème réside dans la recherche du minimum de D^* dans l'intervalle $[1, N]$. Or, la fonction D^* possède un minimum global, sur $]0, +\infty[$. En effet, l'extremum global de D^* est tel que

$$
\frac{\partial D^*}{\partial N_{\text{scal}}} = 0
$$

ou encore, $-2\delta_{\text{scal}} N_{\text{scal}}^{-3} + \frac{2}{k-1}\delta_{\text{vect}} N^{-2/(k-1)} N_{\text{scal}}^{(3-k)/(k-1)} = 0$,

c'est-à-dire

$$
N^*_{\text{global}} = N^{1/k} \left[\frac{\delta_{\text{scal}}(k-1)}{\delta_{\text{vect}}} \right]^{(k-1)/2k}. \tag{19}
$$

Cet extremum correspond bien à un minimum global de la fonction D^*.

Trois cas peuvent alors se présenter, selon la position du minimum global de D^* par rapport à N.

Si $N^*_{\text{global}} < 1$ alors $\begin{cases} N^*_{\text{scal}} = 1 \\ N^*_{\text{vect}} = N \end{cases}$

Si $1 < N^*_{\text{global}} < N$ alors $\begin{cases} N^*_{\text{scal}} = N^*_{\text{global}} \\ N^*_{\text{vect}} = N^{(k-1)/k} \left[\frac{\delta_{\text{scal}}(k-1)}{\delta_{\text{vect}}} \right]^{-(k-1)/2k} \end{cases}$

Si $N < N^*_{global}$ alors $\begin{cases} N^*_{scal} = N \\ N^*_{vect} = 1 \end{cases}$

Pour exploiter ces résultats, il faut calculer les coefficients de quantification et $\|p(z_{scal})\|_{1/3}$ et $\|p(\mathbf{z}_{vect})\|_{(k-1)/(k+1)}$.
Concernant les coefficients, il n'existe pas de formule de calcul explicite pour k dépassant 2. Leur évaluation a fait l'objet de nombreuses conjectures [6,7,8] donnant lieu à leur tabulation. Pour calculer le terme de gauche de (18), il faut connaître $p(\mathbf{x})$. Si les vecteurs $\mathbf{x}$, dans le domaine spatial, ont une loi gaussienne, de matrice de covariance Γ_x, z_{scal} et $\mathbf{z}_{vect}$ obtenus linéairement à partir de $\mathbf{x}$ suivent aussi des lois normales telles que

$$\begin{cases} \sigma^2_{z_{scal}} = \mathbf{B}_{scal}\,\Gamma_x\,\mathbf{B}_{scal}^T \\ \Gamma_{z_{vect}} = \mathbf{B}_{vect}\,\Gamma_x\,\mathbf{B}_{vect}^T \end{cases}$$

Dans ce cas, d'après la référence [9], on a

$$\begin{cases} \|p(z_{scal})\|_{1/3} = 2\pi\, 3^{3/2}\sigma^2_{z_{scal}} \\ \|p(\mathbf{z}_{vect})\|_{(k-1)/(k+1)} = 2\pi\left[\dfrac{k+1}{k-1}\right]^{(k+1)/2} \det(\Gamma_{z_{vect}})^{1/(2k)} \end{cases}$$

Dans le domaine transformé, le coefficient DC est supposé suivre une loi gaussienne alors que les coefficients restants possèdent une distribution laplacienne [10]. La transformation DCT décorrélant les composantes, il est raisonnable d'approximer $p(\mathbf{z}_{vect})$ par le produit des probabilités marginales.

$$p(\mathbf{z}_{vect}) = \prod_{j=2}^{k} \frac{\lambda_j}{2} \exp(\lambda_j\,|z_j - m_j|)$$

Dans ce cas, un simple calcul de (18) fournit

$$\|p(\mathbf{z}_{vect})\|_{(k-1)/(k+1)} = 4\left[\frac{k+1}{k-1}\right]^{(k+1)} \prod_{j=2}^{k} \lambda_j^{-2/(k-1)}$$

VI - SIMULATIONS

L'ensemble des traitements évoqués est effectué sur des trames de la séquence "voiture". Chaque trame (264 lignes de 672 pixels) est décomposée en blocs carrés 4×4 pour le QV du domaine spatial et en blocs carrés 8×8 qui seront considérés comme des vecteurs (notés $\mathbf{x}$) de dimension 16 et 64. En vue d'atteindre des débits élevés, nous utilisons une longue séquence d'apprentissage (deux trames successives); ce qui correspond à 22176 vecteurs 4×4 et à 5544 vecteurs 8×8. A l'issue du partionnement, les deux séquences z_{scal} et $\mathbf{z}_{vect}$ sont quantifiées séparément, grâce à l'algorithme classique du LBG. La reconstruction des trames est réalisée par inversion de opérations de partitionnement. Plusieurs couples (N_{scal}, N_{vect}) peuvent correspondre à un débit global donné. De nos simulations, nous retenons uniquement le couple réalisant la plus faible distorsion globale que nous comparons à celui fourni par notre étude théorique. Pour le calcul de ce dernier, nous avons supposé $\mathbf{x}$ gaussien dans le domaine spatial et, nous avons utilisé les résultats de la référence [9], dans le domaine transformé. Les valeurs des coefficients de quantification sont les bornes inférieures figurant dans [6]. Les performances sont évaluées en terme de PSNR. Pour mémoire, nous rappelons les performances du QV à recherche exhaustive. Le tableau 1 montre que les débits optimaux théoriques sont voisins de ceux obtenus par simulation, dans le domaine spatial. Les résultats sont surtout probants pour des tailles supérieures à 1024, correspondant mieux aux conditions asymptotiques.

VII - CONCLUSION

Nous avons étudié l'optimisation de deux QV à codes-produits, spécifiques, sous une contrainte de débit fixe. Dans le domaine spatial, les résultats des simulations sont proches de ceux fournis par la théorie. Néanmoins, les performances obtenues dans le domaine transformé nous incitent à améliorer les hypothèses statistiques adoptées dans notre étude.

Débit Global bits/bloc	Débit Scalaire Théorique	Débit Scalaire Expérim.	PSNR Théorique (dB)	PSNR Expérim. (dB)	PSNR Exhaustif (dB)
6.0	4.07	3.0	24.96	22.96	24.22
7.0	4.14	3.0	25.33	23.88	25.06
8.0	4.20	3.0	25.71	23.59	25.85
9.0	4.26	3.0	26.09	24.55	26.62
10.0	4.32	4.0	26.46	25.75	27.49
11.0	4.39	4.0	26.84	26.33	28.52
12.0	4.45	4.0	27.21	26.97	29.89

Tableau 1: QV à codes-produits dans le domaine spatial

Débit Global bits/bloc	Débit Scalaire Théorique	Débit Scalaire Expérim.	PSNR Théorique (dB)	PSNR Expérim. (dB)	PSNR Exhaustif (dB)
6.0	5.11	3.0	25.92	20.72	22.02
7.0	5.13	3.0	26.01	21.35	22.72
8.0	5.14	3.0	26.10	21.96	23.49
9.0	5.16	3.0	26.20	22.49	24.42
10.0	5.17	3.0	26.29	23.07	25.88
11.0	5.19	3.0	26.39	23.67	28.05
12.0	5.20	3.0	26.48	24.47	33.28

Tableau 2: QV à codes-produits dans le domaine transformé

REFERENCES

[1] R.M.GRAY, "Vector Quantization", IEEE ASSP Mag., pp.4-29, April 1984.
[2] M.J.SABIN, R.M.GRAY, "Product code Vector Quantizers for waveform and voice coding", IEEE ASSP Mag., pp.474-488, June 1984.
[3] L.LUZHENG, Ph.GODLEWSKI, G.COHEN," Vector Quantization with extraction of and separate encoding of features for waveform coding ", GRETSI, Nice, Mai 1985, pp 1135-1140.
[4] S.E.BUDGE, R.L.BAKER, "Compression of color digital images using Vector Quantization in product codes", IEEE ICASSP, pp.129-132, March 1985.
[5] J.P.MARESCQ, "Etude des schémas de quantification vectorielle adaptative multiclasses. Application au codage des séquences d'images télévisuelles", Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de RENNES I, 1986.
[6] P.ZADOR, "Asymptotic quantization error of continuous signals and the quantization dimension", IEEE Trans.on.Inform.Theory, IT-28, pp.139-149, March 1982.
[7] A.GERSHO, "Asymptotically optimal block quantization", IEEE Trans.on.Inform.Theory, IT-25, pp.373-380, July 1979.
[8] J.H.CONWAY, N.J.A.SLOANE, "A lower bound on the average error of Vector Quantization", IEEE Trans.on.Inform.Theory, IT-31, pp.106-109, January 1985.
[9] T.D.LOOKABAUGH, R.M.GRAY, "High-Resolution theory and the vector quantizer advantage", IEEE Trans.on.Inform.Theory, IT-35, pp.1020-1033, September 1989.
[10] R.C.RANDALL, J.D.GIBSON, "Distributions of the two-dimensional DCT coefficients for images", IEEE Trans.on Com, COM-31, pp.835-839, June 1983.