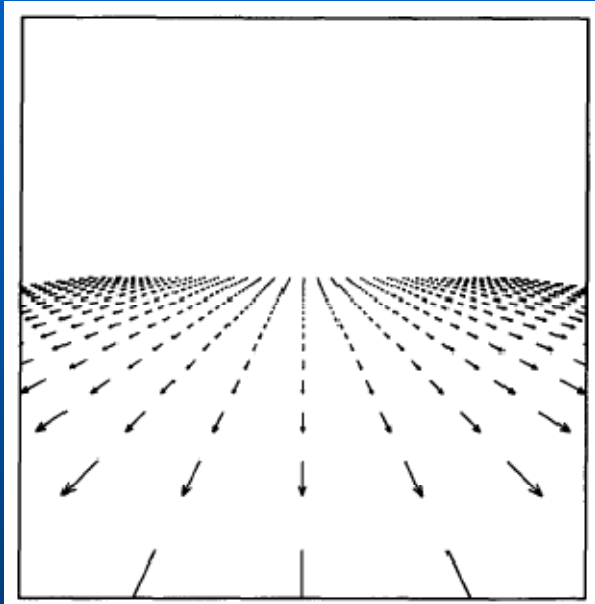


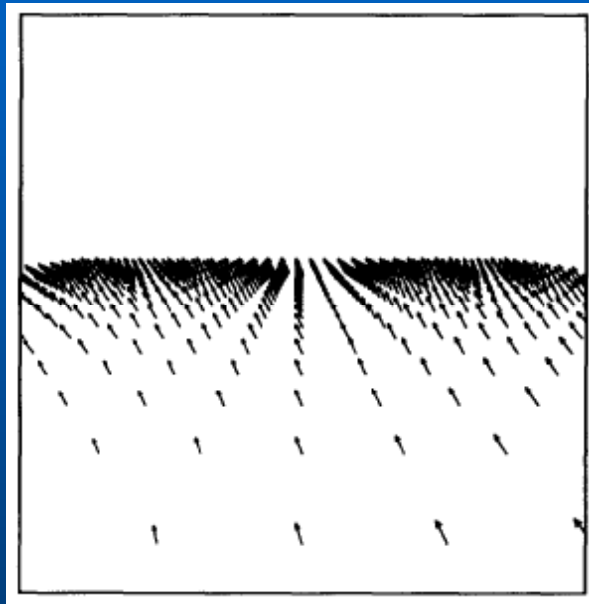
Στερεά κίνηση και μορφή 3-Δ αντικειμένων

Γιώργος Τζιρίτας
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
<http://www.csd.uoc.gr/~tziritas>

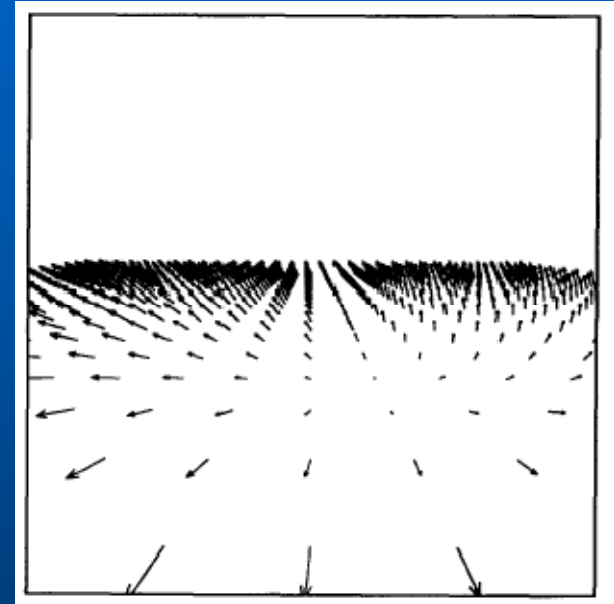
Στερεά κίνηση: μεταφορά και περιστροφή



μεταφορά



περιστροφή



μεταφορά και περιστροφή

Παράλληλη προβολή, επίπεδη επιφάνεια

$$u = V_x + z\Omega_y - y\Omega_z$$

$$v = V_y - z\Omega_x + x\Omega_z$$

$$u = \left(V_x + \frac{\Omega_y}{n_z} \right) - \frac{n_x}{n_z} \Omega_y x - \left(\Omega_z + \frac{n_y}{n_z} \Omega_y \right) y$$

$$v = \left(V_y - \frac{\Omega_x}{n_z} \right) + \left(\Omega_z + \frac{n_x}{n_z} \Omega_x \right) x + \frac{n_y}{n_z} \Omega_x y$$

Αφινικό μοντέλο

Προοπτική προβολή, επίπεδη επιφάνεια

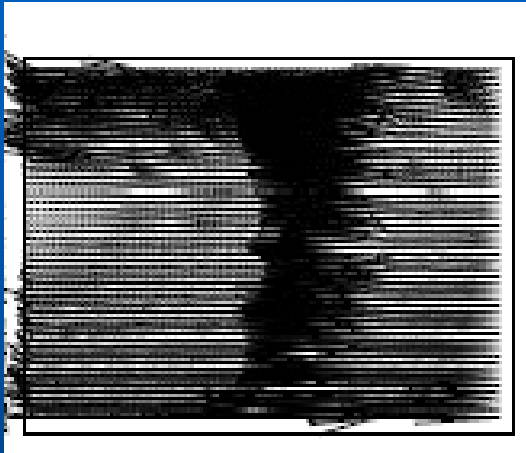
$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_X - xT_Z}{Z} - \Omega_X xy + \Omega_Y (1 + x^2) - \Omega_Z y \\ \frac{T_Y - yT_Z}{Z} - \Omega_X (1 + y^2) + \Omega_Y xy + \Omega_Z x \end{bmatrix}$$

$$\frac{dx}{dt} = (n_Z T_X + \Omega_Y) + (n_X T_X - n_Z T_Z)x + (n_Y T_X - \Omega_Z)y + (\Omega_Y - n_X T_Z)x^2 - (n_Y T_Z + \Omega_X)xy$$

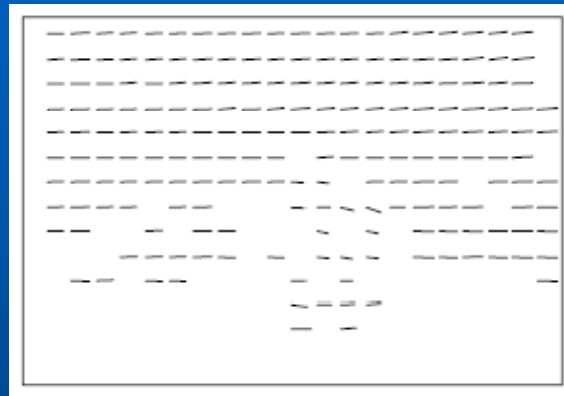
$$\frac{dy}{dt} = (n_Z T_Y - \Omega_X) + (n_X T_Y + \Omega_Z)x + (n_Y T_Y - n_Z T_Z)y + (\Omega_Y - n_X T_Z)xy - (n_Y T_Z + \Omega_X)y^2$$

Μοντέλο 8 παραμέτρων

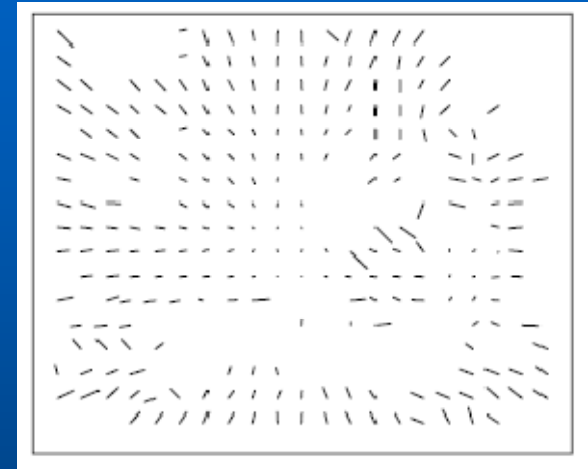
Ποιοτικός χαρακτηρισμός



Οριζόντια μεταφορά

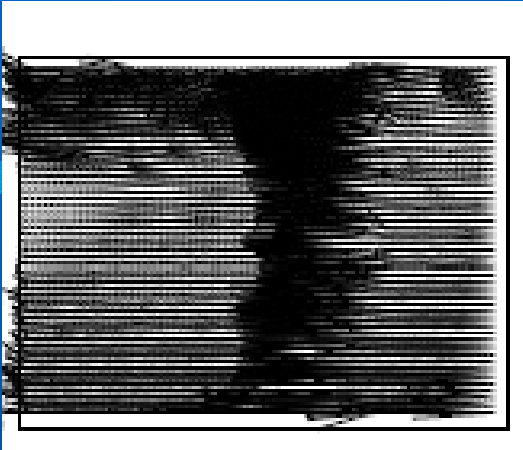


Οριζόντιο πανόραμα



zoom

Ποιοτικός χαρακτηρισμός οριζόντιας κίνησης

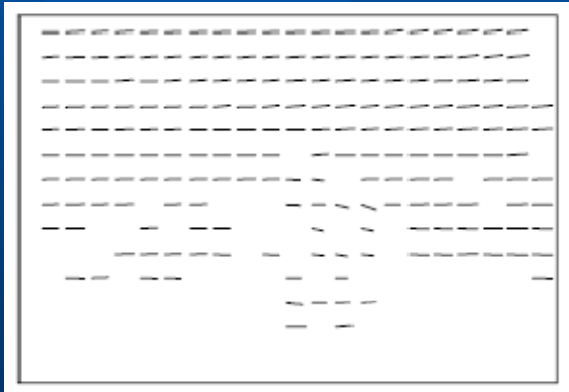


$$u = T_X / Z$$

$$v = 0$$

$$\sum_i g\left(t - \arctan\left(\frac{v_i}{u_i}\right)\right)$$

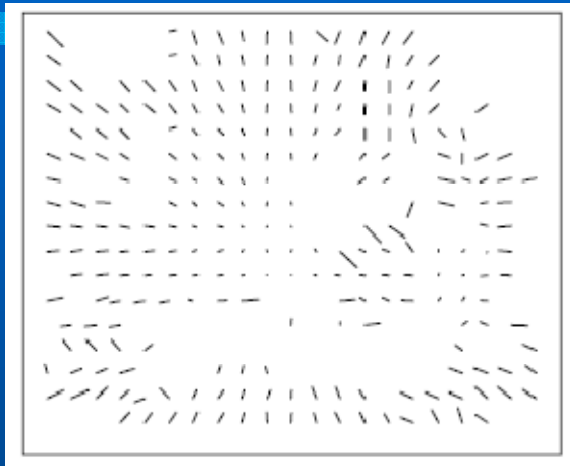
Οριζόντια μεταφορά



$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_Y (1 + x^2) \\ \Omega_Y x y \end{bmatrix}$$

Οριζόντιο πανόραμα

Ποιοτικός χαρακτηρισμός zoom, μεταφορά ή περιστροφή κατά οπτικό άξονα



$$u = \beta x$$

$$v = \beta y$$

zoom

μεταφορά κατά
οπτικό άξονα

$$xv - yu = 0$$

περιστροφή κατά
οπτικό άξονα

$$xu + yv = 0$$

$$\sum_i g\left(t - \frac{x_i v_i - y_i u_i}{\sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{u^2 + v^2}}\right)$$

Μεταφορική κίνηση: εστία σύγκλισης

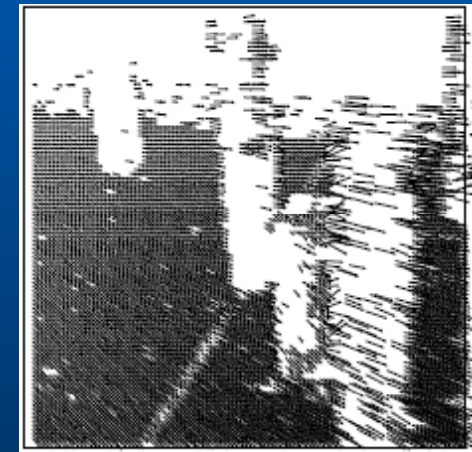
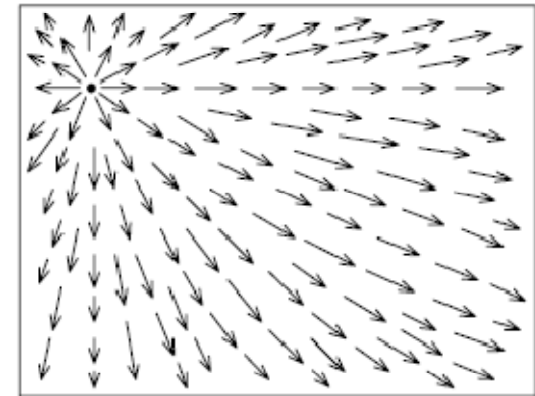
$$(\alpha, \beta) = \left(f \frac{T_X}{T_Z}, f \frac{T_Y}{T_Z} \right)$$

$$v\alpha - u\beta = xv - yu$$

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \left(\frac{u_1 w_2 - u_2 w_1}{u_1 v_2 - u_2 v_1}, \frac{v_2 w_1 - v_1 w_2}{u_1 v_2 - u_2 v_1} \right),$$

$$u_1 = \sum xp(x, y)u(x, y), \quad v_1 = \sum xp(x, y)v(x, y), \\ w_1 = \sum xp(x, y)(xv(x, y) - yu(x, y))$$

$$u_2 = \sum yp(x, y)u(x, y), \quad v_2 = \sum yp(x, y)v(x, y), \\ w_2 = \sum yp(x, y)(xv(x, y) - yu(x, y)).$$

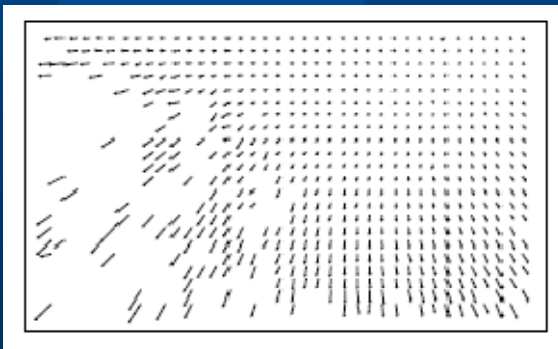


Γενική περίπτωση: μεταφορική και περιστροφική κίνηση

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_X - xT_Z}{Z} - \Omega_X xy + \Omega_Y(1 + x^2) - \Omega_Z y \\ \frac{T_Y - yT_Z}{Z} - \Omega_X(1 + y^2) + \Omega_Y xy + \Omega_Z x \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \Omega_X + \beta\Omega_Y - (\Omega_X + \alpha\Omega_Z)x - (\Omega_Y + \beta\Omega_Z)y + \\ & (\beta\Omega_Y + \Omega_Z)x^2 + (\alpha\Omega_X + \Omega_Z)y^2 - \\ & (\alpha\Omega_Y + \beta\Omega_X)xy + \alpha v - \beta u = xv - yu \end{aligned}$$

- Απαλοιφή όρων με περιστροφική κίνηση
- Εύρεση σημείου σύγκλισης μεταφορικής κίνησης
- Λύση γραμμικού συστήματος για την περιστροφική κίνηση



$$(\alpha, \beta) = (0, 58.5), \quad (\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z) = (0.00023, 0.00162, 0.00028)$$

$$(\alpha, \beta) = (-0.3, 61.5), \quad (\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z) = (-0.00006, 0.00160, 0.00020)$$

Αντιστοίχιση σημείων

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{R} \mathbf{P}_1 + \mathbf{T}$$

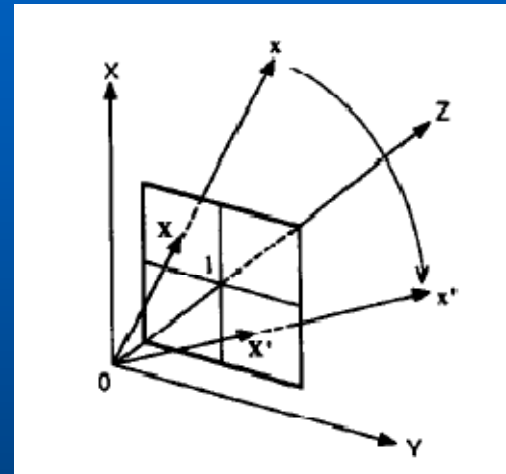
$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{Z}_1 \mathbf{p}_1 \quad \mathbf{P}_2 = \mathbf{Z}_2 \mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{Z}_2 \mathbf{T}_* \mathbf{p}_2 = \mathbf{Z}_1 \mathbf{T}_* \mathbf{R} \mathbf{p}_1$$

$$\mathbf{T}_s \mathbf{p}_2 \parallel \mathbf{T}_* \mathbf{R} \mathbf{p}_1$$

$$\langle \mathbf{p}_2, \mathbf{T}_* \mathbf{R} \mathbf{p}_1 \rangle = 0$$

$$\mathbf{p}_2^t \mathbf{T}_* \mathbf{R} \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2^t \mathbf{E} \mathbf{p}_1 = 0$$



Εύρεση κίνησης

$$\mathbf{T}_* \mathbf{R} = \mathbf{E}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^t$$

$$\mathbf{T}_* = \mathbf{U} \mathbf{R}_Z \mathbf{\Sigma} \mathbf{U}^t$$

$$\min \|\mathbf{E}^t \mathbf{T}\|, \|\mathbf{T}\| = 1$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{R}_Z^t \mathbf{V}^t$$

Δύο λύσεις

Έλεγχος καθαρής περιστροφής

Εύρεση σχετικών βαθών

Περίπτωση καθαρής μεταφορικής κίνησης