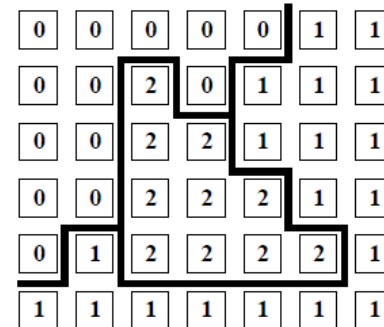
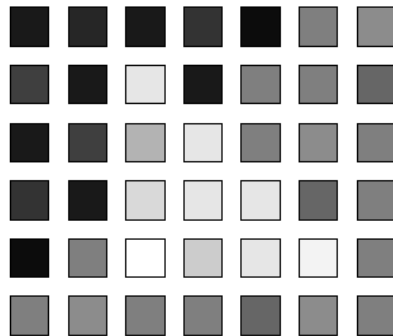


Τμηματοποίηση με τομές γράφων

Ολικό κριτήριο

Κριτήριο η τοπική ομοιότητα

Εύρεση της ελάχιστης τομής : συνδέσεων ελάχιστης ομοιότητας



Y. Boykov and V. Kolmogorov, An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004.

Αλγόριθμος βασισμένος σε γράφους

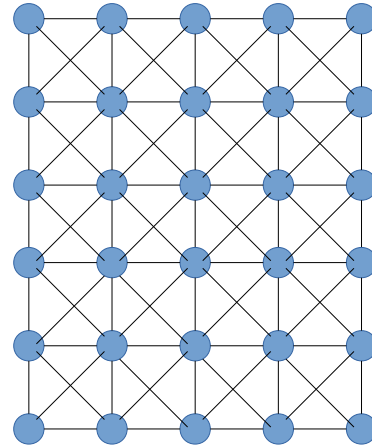
$$G = \{V, E\}$$

V

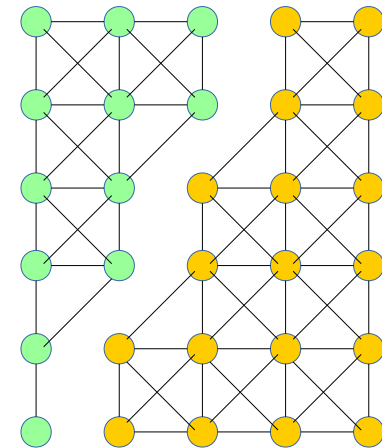
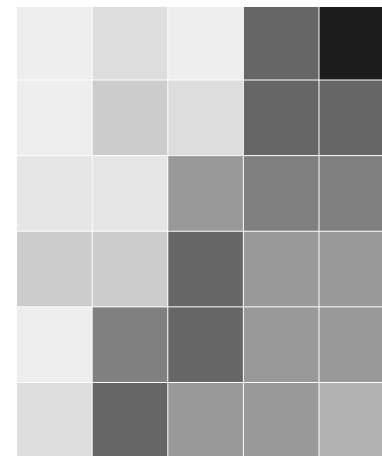
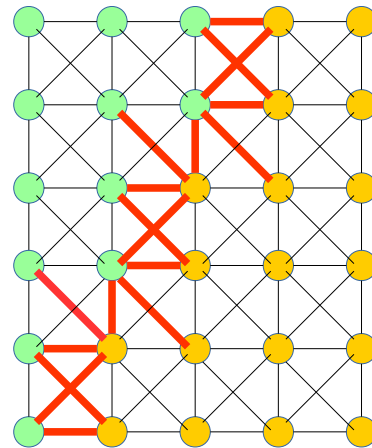
Κόμβοι γράφου
Εικονοστοιχεία εικόνας

E

Ακμές γράφου
Ομοιότητα εικονοστοιχείων



Διαμέριση γράφου
Τμηματοποίηση εικόνας

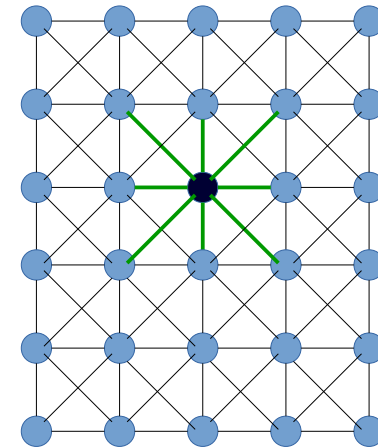


Αλγόριθμος βασισμένος σε γράφους

Ομοιότητα $s(m, n) = \exp\left(\frac{-\|I(m) - I(n)\|^2}{\sigma_I^2}\right) \exp\left(\frac{-\|X(m) - X(n)\|^2}{\sigma_X^2}\right)$

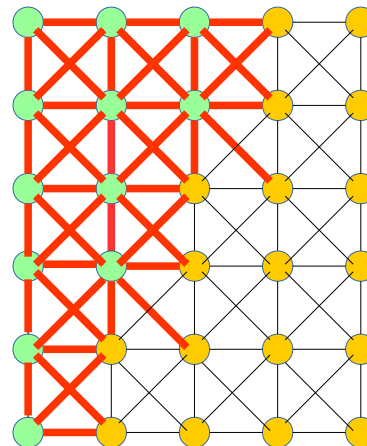
$$\|X(m) - X(n)\| \leq R$$

Βαθμός κόμβου $d(m) = \sum_n s(m, n)$



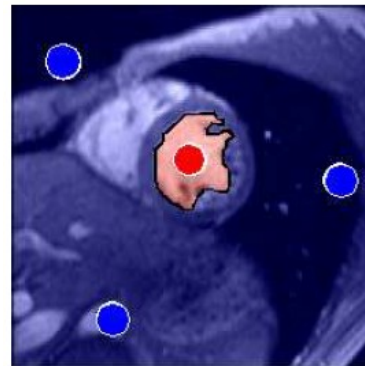
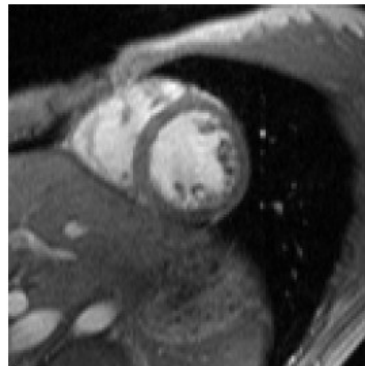
Όγκος συνόλου κόμβων

$$V(A) = \sum_{m \in A} d(m)$$



Αλγόριθμος τομής γράφου

Κόστος τομής $C(A, \bar{A}) = \sum_{m \in A, n \in \bar{A}} s(m, n)$



Αρχικά σύνολα

Y. Boykov and V. Kolmogorov, An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004.

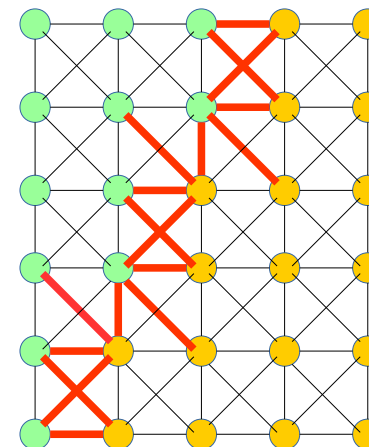
Χωρίς αρχικά σύνολα, η τομή διαχωρίζει ένα μικρό σύνολο σημείων

Αλγόριθμος κανονικοποιημένης τομής

Κόστος τομής $C(A, \bar{A}) = \sum_{m \in A, n \in \bar{A}} s(m, n)$

Κόστος κανονικοποιημένης τομής

$$\frac{C(A, \bar{A})}{V(A)} + \frac{C(\bar{A}, A)}{V(\bar{A})}$$



Ισορροπημένη τομή

Μικρό κόστος τομής, μεγάλη εσωτερική συνοχή

Αλγόριθμος κανονικοποιημένης τομής

Κόστος κανονικοποιημένης τομής

$$\frac{C(A, \bar{A})}{V(A)} + \frac{C(\bar{A}, A)}{V(\bar{A})}$$

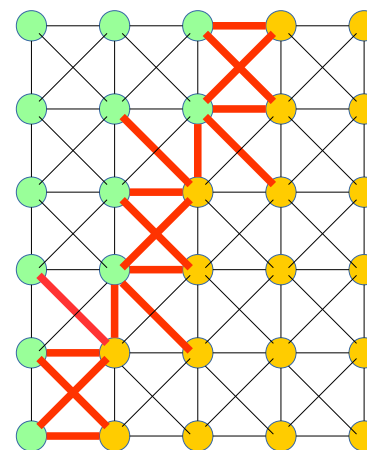
Διαγώνιος πίνακας βαθμών D

Πίνακας ομοιοτήτων S

Λαπλασιανός πίνακας $D - S$

Επίλυση προβλήματος γενικευμένων ιδιοτιμών / ιδιοδιανυσμάτων

$$(D - S)y = \lambda D y$$

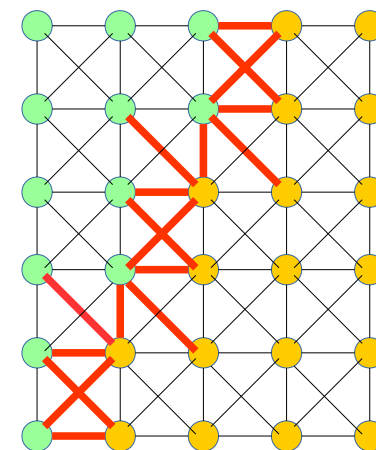


Αλγόριθμος κανονικοποιημένης τομής

Κόστος κανονικοποιημένης τομής

$$\frac{C(A, \bar{A})}{V(A)} + \frac{C(\bar{A}, A)}{V(\bar{A})} = \frac{- \sum_{x_m > 0, x_n < 0} s(m, n) x_m x_n}{\sum_{x_m > 0} d(m)} + \frac{- \sum_{x_m < 0, x_n > 0} s(m, n) x_m x_n}{\sum_{x_m < 0} d(m)}$$

$$\frac{C(A, \bar{A})}{V(A)} + \frac{C(\bar{A}, A)}{V(\bar{A})} = \frac{y^T (D - S) y}{4 y^T D y}$$



Ελαχιστοποίηση υπό συνθήκη $y^T D 1 = 0$

Διαγώνιος πίνακας βαθμών D

Πίνακας ομοιοτήτων S

Λαπλασιανός πίνακας $D - S$

Επίλυση προβλήματος γενικευμένων ιδιοτιμών / ιδιοδιανυσμάτων

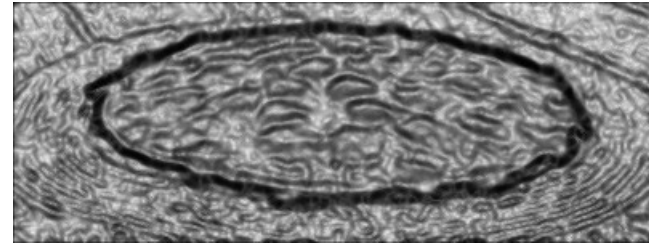
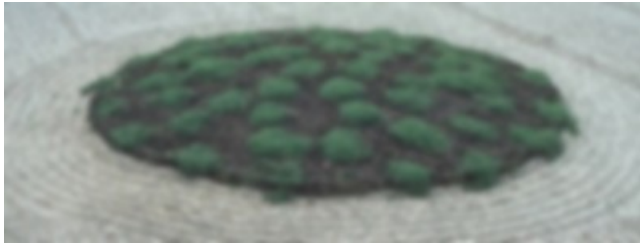
$$(D - S) y = \lambda D y$$

Λόγω της συνθήκης η μικρότερη ιδιοτιμή είναι 0

Η αμέσως μεγαλύτερη ιδιοτιμή δίνει ιδιοδιάνυσμα που διαμερίζει το γράφο με βάση το πρόσημο των μελών του διανύσματος

Επέκταση σε περισσότερες τομές

Αλγόριθμος κανονικοποιημένης τομής



2ο ιδιοδιάνυσμα



3ο ιδιοδιάνυσμα



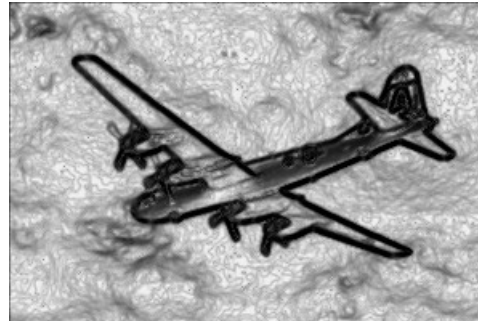
4ο ιδιοδιάνυσμα



5ο ιδιοδιάνυσμα



Αλγόριθμος κανονικοποιημένης τομής



2ο ιδιοδιάνυσμα



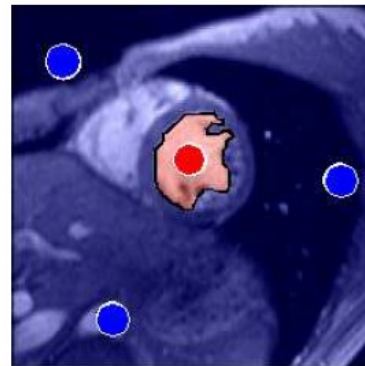
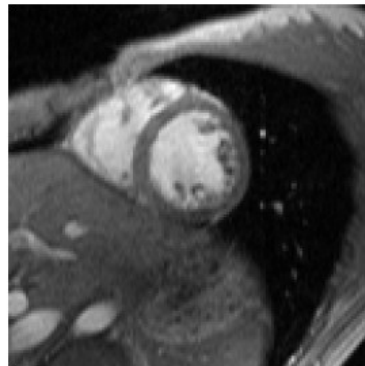
3ο ιδιοδιάνυσμα



4ο ιδιοδιάνυσμα

Αλγόριθμος τομής γράφου

Κόστος τομής $C(A, \bar{A}) = \sum_{m \in A, n \in \bar{A}} s(m, n)$



Αρχικά σύνολα

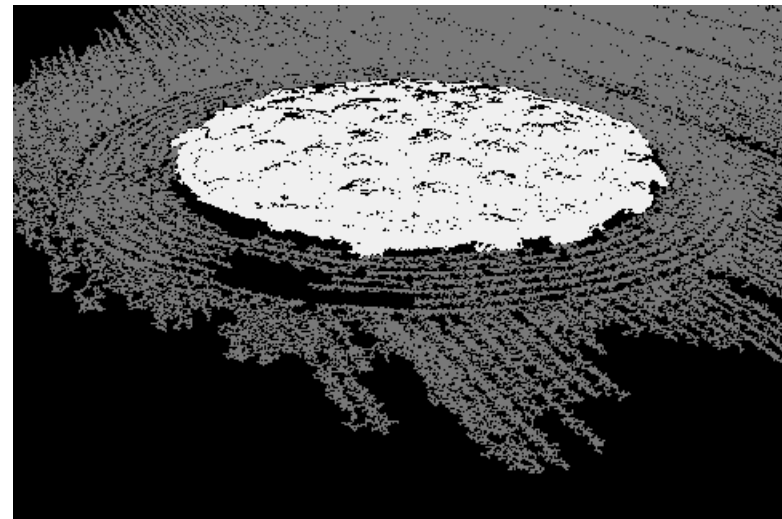
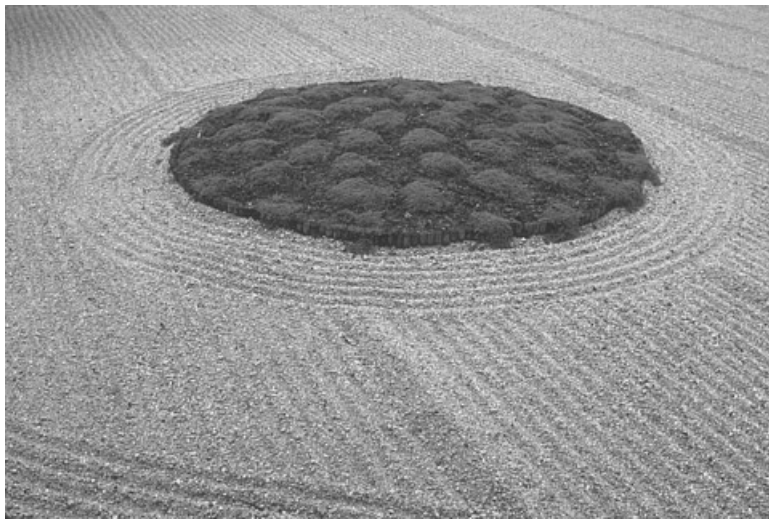
Y. Boykov and V. Kolmogorov, An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004.

Ελάχιστη τομή / μέγιστη ροή

Αλγόριθμος τομής γράφου

Κόστος τομής $C(A, \bar{A}) = \sum_{m \in A, n \in \bar{A}} s(m, n)$ $s(m, n) = \exp\left(\frac{-|I(m) - I(n)|}{\sigma}\right)$

Ελάχιστη τομή / μέγιστη ροή



Αλγόριθμος τομής γράφου

Κόστος τομής $C(A, \bar{A}) = \sum_{m \in A, n \in \bar{A}} s(m, n)$ $s(m, n) = \exp\left(\frac{-|I(m) - I(n)|}{\sigma}\right)$

Ελάχιστη τομή / μέγιστη ροή

