ΗΥ380 – Αλγόριθμοι και πολυπλοκότητα

$2^η$ Σειρά ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: 09/03/2026 στο elearn
Υπεύθυνος βοηθός για τη 2η Σειρά:

Σαμπάνι Ντένις, csdp1467@csd.uoc.gr

Άσκηση 1:
Χρησιμοποιήστε την μέθοδο master για να δώσετε σφιχτά ασυμπτωτικά όρια για τις παρακάτω περιπτώσεις:
a. $T(n) = 4T(n/2) + n$.
b. $T(n) = 4T(n/2) + n^2$.
c. $T(n) = 4T(n/2) + n^3$.

Άσκηση 2:
Η σχέση $T(n) = 7T(n/2) + n^2$ περιγράφει τον χρόνο που χρειάζεται για να τρέξει ένας αλγόριθμος A. Ένας ανταγωνιστικός αλγόριθμος A΄ τρέχει σε χρόνο $T'(n) = aT'(n/4) + n^2$. Ποια είναι η μεγαλύτερη ακέραια τιμή που μπορεί να πάρει το a ώστε ο αλγόριθμος A΄ να είναι ασυμπτωτικά γρηγορότερος από τον αλγόριθμο A;

Άσκηση 3:
Δώστε ασυμπτωτικά πάνω και κάτω όρια για το T(n) για κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις. Υποθέστε ότι το T(n) είναι συνεχές για $n \leq 2$. Κάντε τα όρια σας όσο πιο σφιχτά γίνετε και δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.
a. $T(n) = 2T(n/2) + n^3$
b. $T(n) = T(9n/10) + n$
c. $T(n) = 16T(n/4) + n^2$
d. $T(n) = 7T(n/3) + n^2$
e. $T(n) = 7T(n/2) + n^2$
f. $T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$
g. $T(n) = T(n-1) + n$

Άσκηση 4:
Δώστε ένα (μικρό) παράδειγμα που δείχνει ότι η εκδοχή του άπληστου knapsack αλγορίθμου που επιλέγει ένα στοιχείο με το χαμηλότερο βάρος δεν συνεπάγεται αναγκαστικά μια βέλτιστη λύση.

Άσκηση 5:
Επινοήστε μια διαδικασία διαίρει και βασίλευε για τον υπολογισμό του K μεγαλύτερου στοιχείου σε μια σειρά ακεραίων . Αναλύστε την ασυμπτωτική πολυπλοκότητα χρόνου του αλγορίθμου σας .
(Συμβουλή : Χρησιμοποιήστε τη διαδικασία κατανομής)

Άσκηση 6:
Στο πρόβλημα του Knapsack Υπάρχουν δύο εκδοχές του προβλήματος. Ποιες είναι αυτές?
Γράψτε τις διαφορές τους και με τι τύπο προγραμματισμού επιλύονται.

Άσκηση 7:
Τρέξτε τον αλγόριθμο του knapsack στα ακόλουθα στοιχεία:
n = 4 (# of elements)
W = 5 (max weight)
Elements (weight, benefit):
(2,3), (3,4), (4,5), (5,6)

Άσκηση 8:
Το διακριτό πρόβλημα του Knapsack ορίζεται ως εξής.
Ένας κλέφτης ληστεύει ένα κατάστημα που έχει n στοιχεία.
Το στοιχείο i αξίζει vi δολάρια και ζυγίζει wi κιλά , όπου vi και wi είναι ακέραιοι αριθμοί . Θέλει να πάρει όσο πιο πολύτιμο φορτίο μπορεί, αλλά θα μπορεί να μεταφέρει το πολύ W κιλά στο σάκο του, για κάποιον ακέραιο W. Ποια στοιχεία θα πρέπει να πάρει;

Στο κλασματικό πρόβλημα του Knapsack, το βήμα είναι το ίδιο, αλλά ο κλέφτης μπορεί να πάρει κλασματικά τα ποσά των στοιχείων, αντί να χρειάζεται να λάβει ολόκληρες μονάδες ενός στοιχείου.
(α) Ποιο από τα δύο προβλήματα που παρουσιάζουν την βέλτιστη ιδιότητα - υποδομή;
Εν συντομία την υποστηρίζουν γιατί ή γιατί όχι .
(β) Ποιο από τα δύο προβλήματα που παρουσιάζουν την ιδιότητα της άπληστης επιλογής; Εν συντομία την υποστηρίζουν γιατί ή γιατί όχι.

Άσκηση 9:
Δώστε ένα O (n lg K) -Time αλγόριθμο για τη συγχώνευση k ταξινομημένων λιστών σε μία ταξινομημένη λίστα , όπου n είναι ο συνολικός αριθμός των στοιχείων σε όλες τις λίστες εισόδου. (Υπόδειξη : Χρησιμοποιήστε ένα λεπτό σωρό για k -way συγχώνευση.)

Άσκηση 10:
Γενικεύσετε τον αλγόριθμο του Huffman για κωδικοποιημένες λέξεις σε τριαδικό σύστημα (δηλαδή κωδικοποιημένες λέξεις χρησιμοποιώντας τα σύμβολα 0 , 1 και 2), και να αποδείξετε ότι αποδίδει βέλτιστα τριαδικούς κωδικούς.