

# HY380 – Αλγόριθμοι και πολυπλοκότητα

## 2<sup>η</sup> Σειρά ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: 06/03/2024 στο elearn  
Υπεύθυνος βοηθός για τη 2η Σειρά: Δημήτρης Αγγελής,  
csdp1268@csd.uoc.gr

### Άσκηση 1:

Χρησιμοποιήστε την μέθοδο master για να δώσετε σφιχτά ασυμπτωτικά όρια για τις παρακάτω περιπτώσεις:

a.  $T(n) = 4T(n/2) + n$ .

b.  $T(n) = 4T(n/2) + n^2$ .

c.  $T(n) = 4T(n/2) + n^3$ .

### Άσκηση 2:

Η σχέση  $T(n) = 7T(n/2) + n^2$  περιγράφει τον χρόνο που χρειάζεται για να τρέξει ένας αλγόριθμος A. Ένας ανταγωνιστικός αλγόριθμος A' τρέχει σε χρόνο  $T'(n) = aT'(n/4) + n^2$ . Ποια είναι η μεγαλύτερη ακέραια τιμή που μπορεί να πάρει το a ώστε ο αλγόριθμος A' να είναι ασυμπτωτικά γρηγορότερος από τον αλγόριθμο A;

### Άσκηση 3:

Δώστε ασυμπτωτικά πάνω και κάτω όρια για το  $T(n)$  για κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις. Υποθέστε ότι το  $T(n)$  είναι συνεχές για  $n \leq 2$ . Κάντε τα όρια σας όσο πιο σφιχτά γίνεται και δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

a.  $T(n) = 2T(n/2) + n^3$

b.  $T(n) = T(9n/10) + n$

c.  $T(n) = 16T(n/4) + n^2$

d.  $T(n) = 7T(n/3) + n^2$

e.  $T(n) = 7T(n/2) + n^2$

f.  $T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$

g.  $T(n) = T(n-1) + n$

### Άσκηση 4:

Δώστε ένα (μικρό) παράδειγμα που δείχνει ότι η εκδοχή του άπληστου knapsack αλγορίθμου που επιλέγει ένα στοιχείο με το χαμηλότερο βάρος δεν συνεπάγεται αναγκαστικά μια βέλτιστη λύση.

### Άσκηση 5:

Επινοήστε μια διαδικασία διαίρει και βασίλευε για τον υπολογισμό του K μεγαλύτερου στοιχείου σε μια σειρά ακεραίων. Αναλύστε την ασυμπτωτική πολυπλοκότητα χρόνου του αλγορίθμου σας.

( Συμβουλή : Χρησιμοποιήστε τη διαδικασία κατανομής )

### Άσκηση 6:

Στο πρόβλημα του Knapsack Υπάρχουν δύο εκδοχές του προβλήματος. Ποιες είναι αυτές?

Γράψτε τις διαφορές τους και με τι τύπο προγραμματισμού επιλύονται

### Άσκηση 7:

Τρέξτε τον αλγόριθμο του knapsack στα ακόλουθα στοιχεία:

$n = 4$  (# of elements)

$W = 5$  (max weight)

Elements (weight, benefit):

(2,3), (3,4), (4,5), (5,6)

### Άσκηση 8:

Το διακριτό πρόβλημα του Knapsack ορίζεται ως εξής.

Ένας κλέφτης ληστεύει ένα κατάστημα που έχει  $n$  στοιχεία.

Το στοιχείο  $i$  αξίζει  $v_i$  δολάρια και ζυγίζει  $w_i$  κιλά, όπου  $v_i$  και  $w_i$  είναι ακέραιοι αριθμοί. Θέλει να πάρει όσο πιο πολύτιμο φορτίο μπορεί, αλλά θα μπορεί να μεταφέρει το πολύ  $W$  κιλά στο σάκο του, για κάποιον ακέραιο  $W$ . Ποια στοιχεία θα πρέπει να πάρει;

Στο συνεχή πρόβλημα του Knapsack, το βήμα είναι το ίδιο, αλλά ο κλέφτης μπορεί να πάρει κλασματικά τα ποσά των στοιχείων, αντί να χρειάζεται να λάβει ολόκληρες μονάδες ενός στοιχείου.

( α ) Ποιο από τα δύο προβλήματα που παρουσιάζουν την βέλτιστη ιδιότητα - υποδομή;

Εν συντομία την υποστηρίζουν γιατί ή γιατί όχι .

( β ) Ποιο από τα δύο προβλήματα που παρουσιάζουν την ιδιότητα της άπληστης επιλογής; Εν συντομία την υποστηρίζουν γιατί ή γιατί όχι.

### Άσκηση 9:

Δώστε ένα  $O(n \lg K)$  -Time αλγόριθμο για τη συγχώνευση  $k$  ταξινομημένων λιστών σε μία ταξινομημένη λίστα, όπου  $n$  είναι ο συνολικός αριθμός των στοιχείων σε όλες τις λίστες εισόδου. (Υπόδειξη : Χρησιμοποιήστε ένα λεπτό σωρό για  $k$ -way συγχώνευση. )

### Άσκηση 10:

Γενικεύστε τον αλγόριθμο του Huffman για κωδικοποιημένες λέξεις σε τριαδικό σύστημα (δηλαδή κωδικοποιημένες λέξεις χρησιμοποιώντας τα σύμβολα 0, 1 και 2), και να αποδείξετε ότι αποδίδει βέλτιστα τριαδικούς κωδικούς.