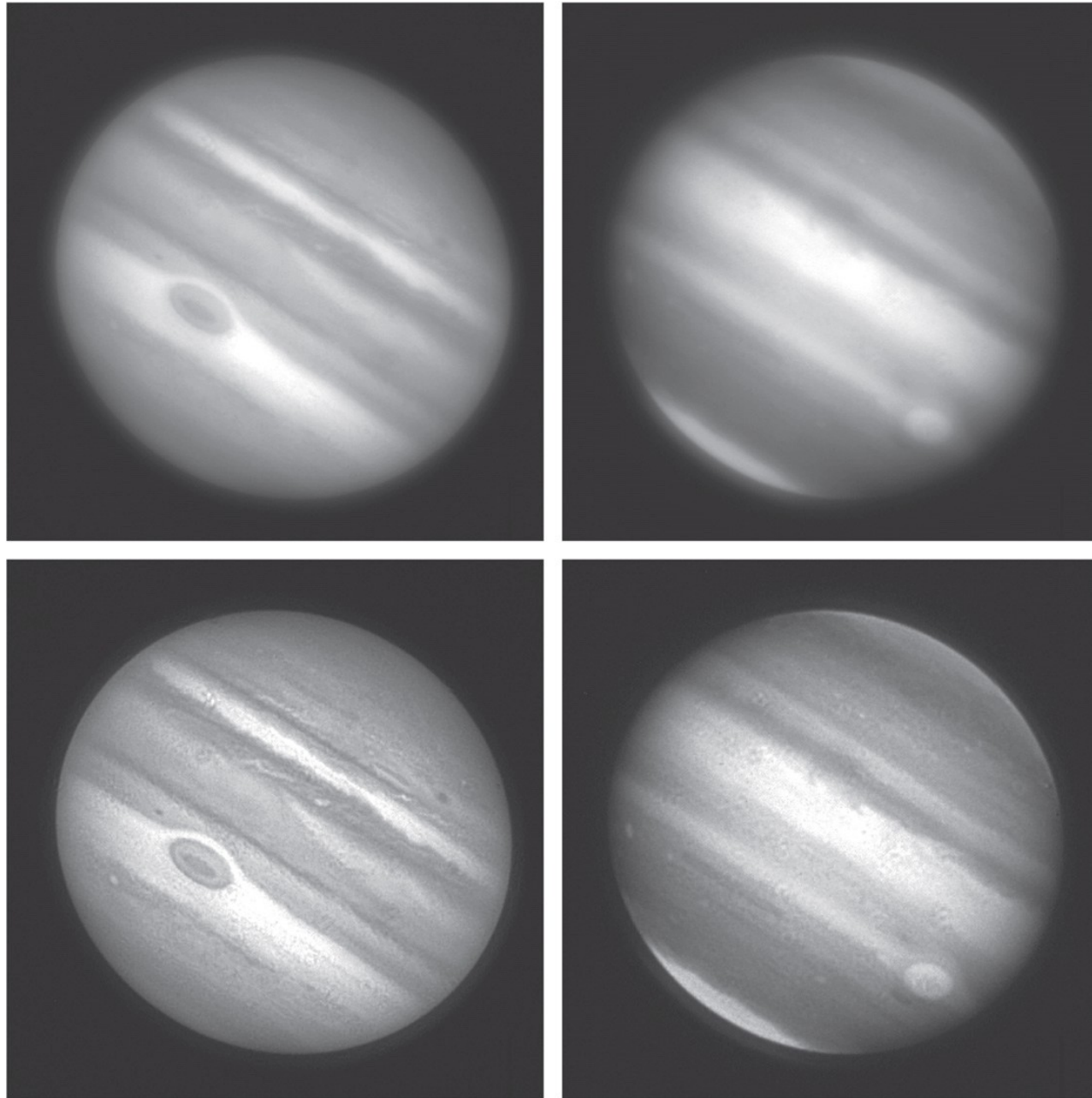


Αποκατάσταση εικόνων

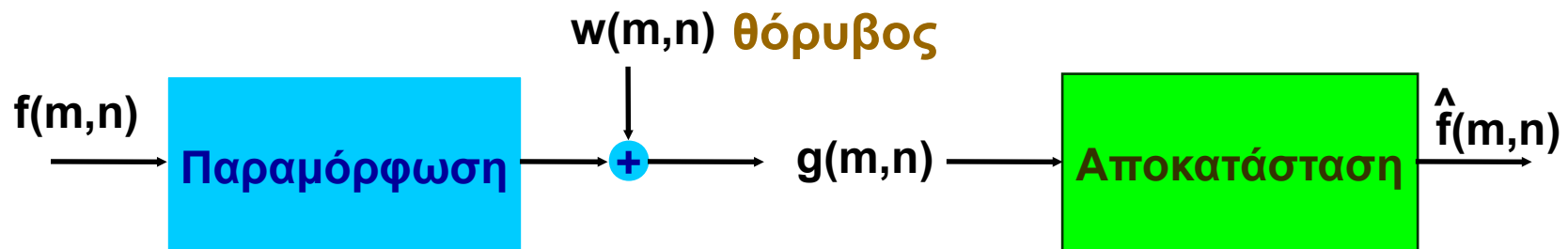


Διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble : πλανήτης Δίας

Αποκατάσταση εικόνων

Παραμόρφωση:

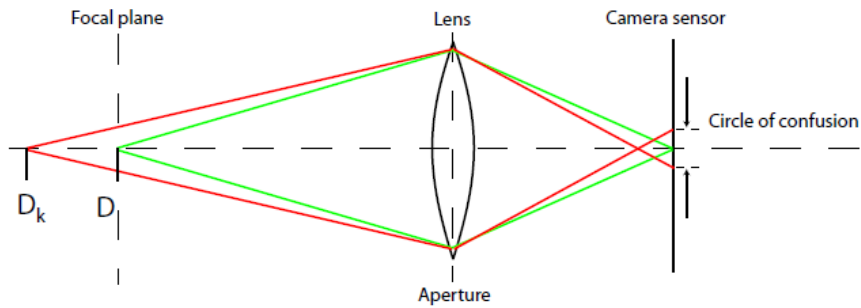
- κακή εστίαση
- κίνηση κατά τη λήψη
- ατμοσφαιρικές διαταραχές



$$g(m, n) = \sum_{m'} \sum_{n'} h(m - m', n - n') f(m', n') + w(m, n)$$

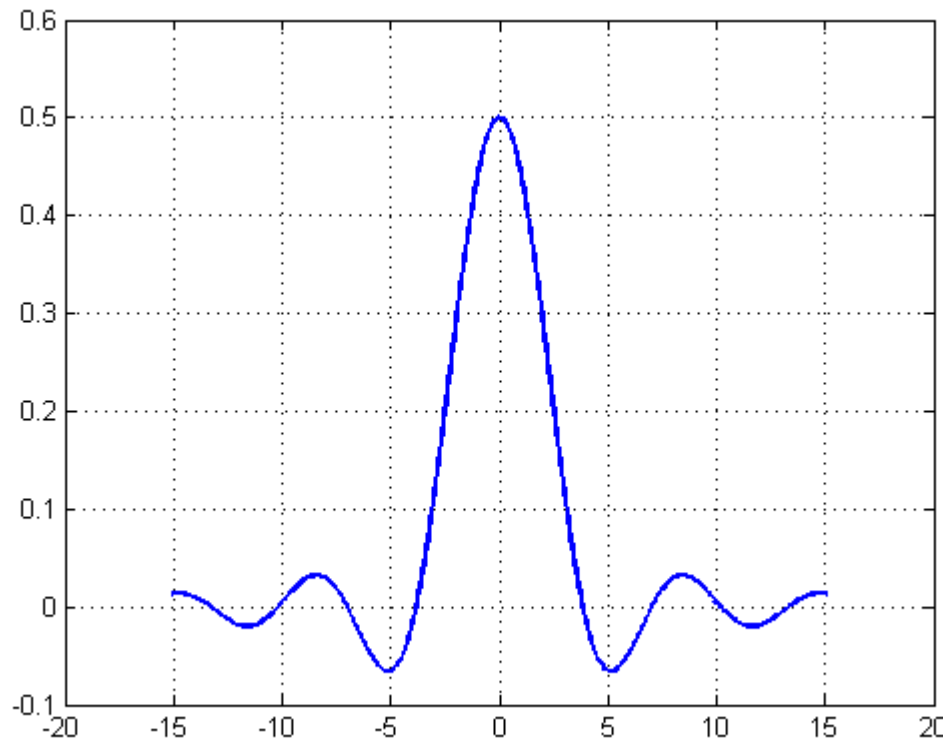
Παραμόρφωση εικόνων

Κακή εστίαση ακτίνας r



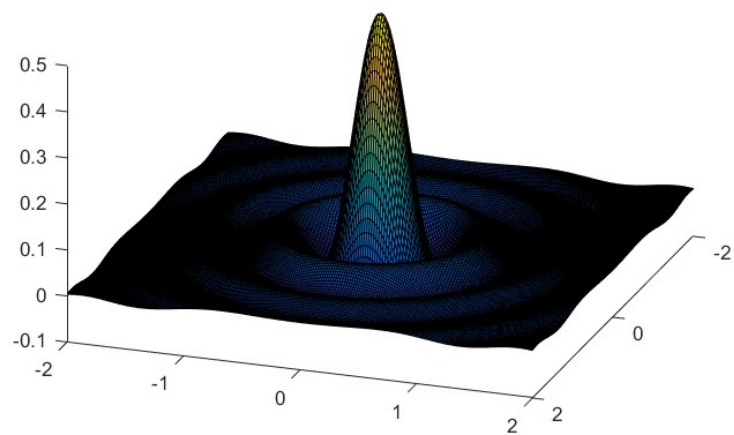
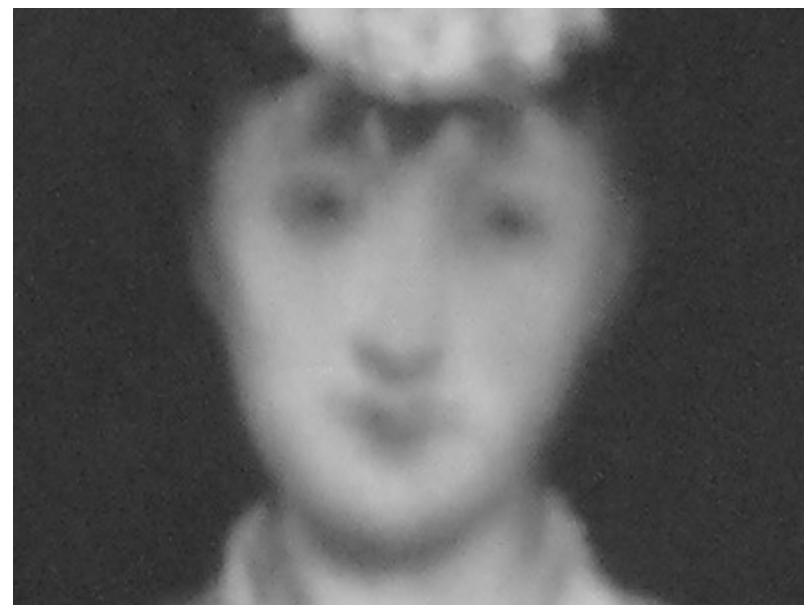
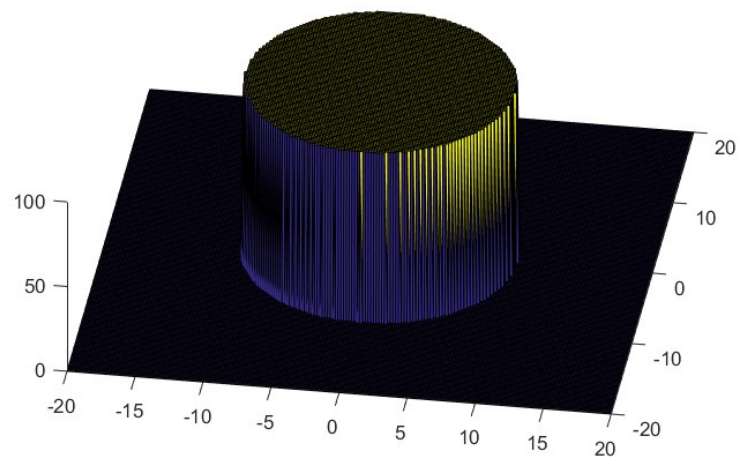
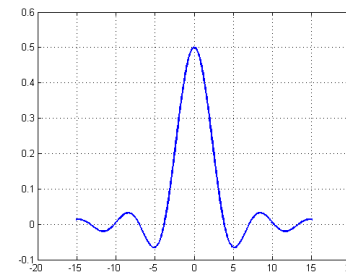
$$h(x, y) = \frac{1}{\pi r^2}, \quad x^2 + y^2 \leq r^2$$

$$H(u, v) = \frac{\mathcal{J}_1(r\rho)}{r\rho}, \quad \rho = \sqrt{u^2 + v^2}$$



Παραμόρφωση εικόνων

Κακή εστίαση ακτίνας r



Παραμόρφωση εικόνων

Κίνηση κατά L στην κατεύθυνση θ

$$h(x, y) = \frac{1}{L} \Pi_1\left(\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{L}\right) \delta(-x \sin \theta + y \cos \theta)$$

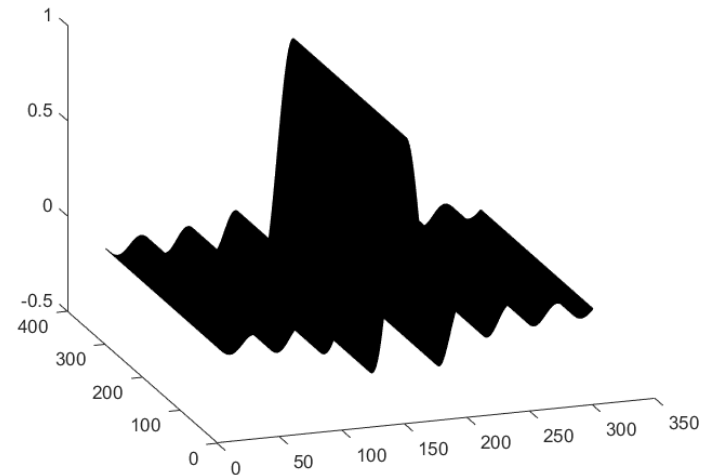
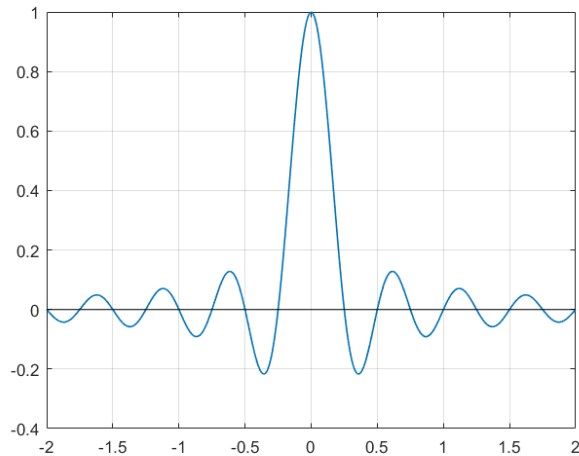
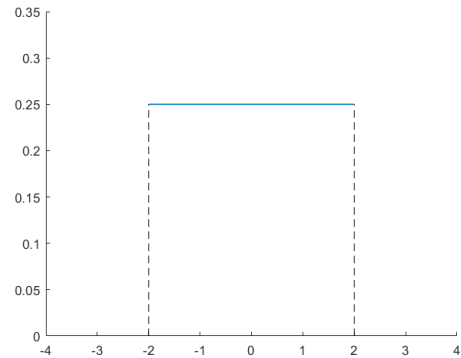
$$H(u, v) = \text{sinc}(\pi L(u \cos \theta + v \sin \theta))$$

he actions are few and p
efined to a larger colle
ential to retain the str
efinement. Because of t
level will greatly infl
re is insufficient infor
e should decide as littl
be made in an arbitrary

he actions are few and p
efined to a larger colle
ential to retain the str
efinement. Because of t
level will greatly infl
re is insufficient infor
e should decide as littl
be made in an arbitrary

Παραμόρφωση εικόνων

Κίνηση κατά L στην κατεύθυνση θ



$$H(u, v) = \text{sinc}(\pi L(u \cos \theta + v \sin \theta))$$

Παραμόρφωση εικόνων Ατμοσφαιρικές διαταραχές

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\alpha^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\alpha^2}}$$

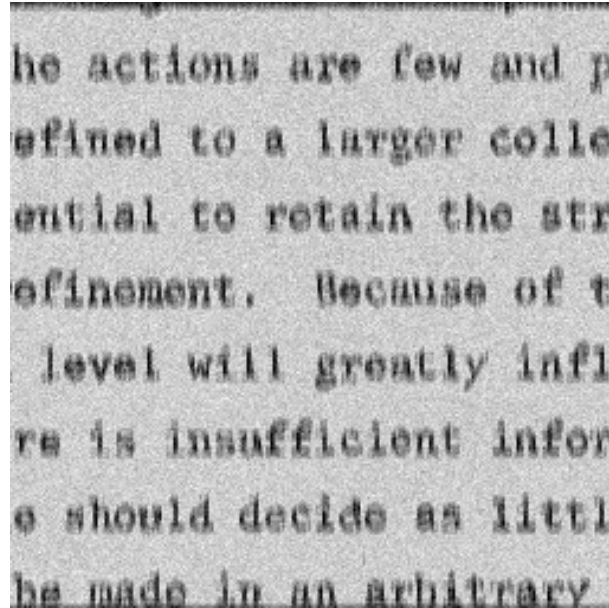
$$H(u, v) = e^{-2\pi^2\alpha^2(u^2+v^2)}$$



Παραμόρφωση εικόνων και θόρυβος



$r = 5$



$L = 5$, κατακόρυφα



$\alpha = 2$

Τυπική απόκλιση θορύβου : 0.05

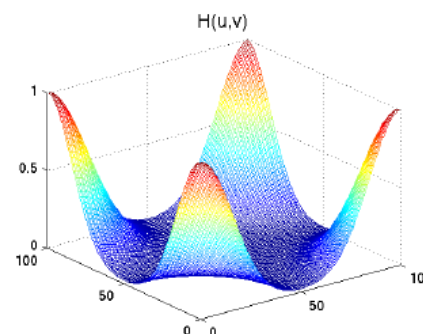
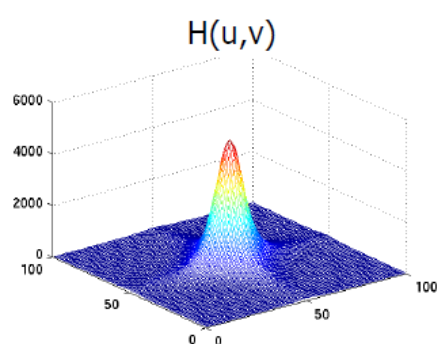
Αντίστροφο φίλτρο

$$\sum_{m'} \sum_{n'} h^{(-1)}(m - m', n - n') h(m', n') = \delta(m, n)$$

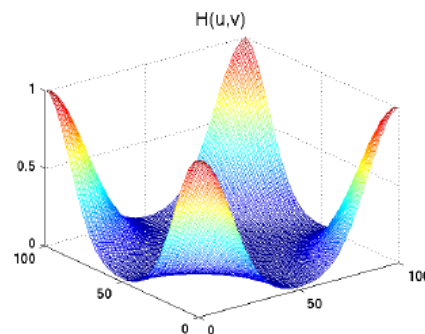
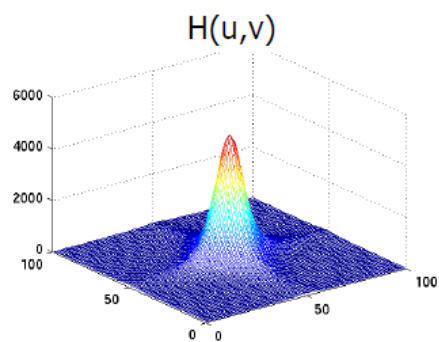
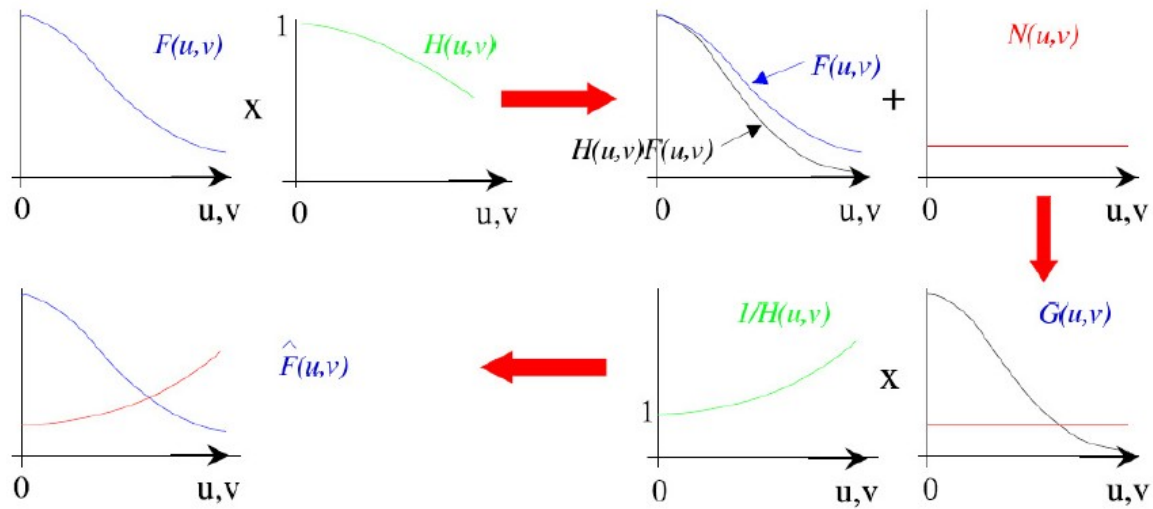
$$H^{(-1)}(u, v) H(u, v) = 1$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

Ζητήματα ύπαρξης και ευστάθειας



Αντίστροφο φίλτρο



Βαθυπερατό και αντίστροφο φίλτρο



Ψευδο-αντίστροφο φίλτρο

$$\hat{f} = (H^T H)^{-1} H^T g$$

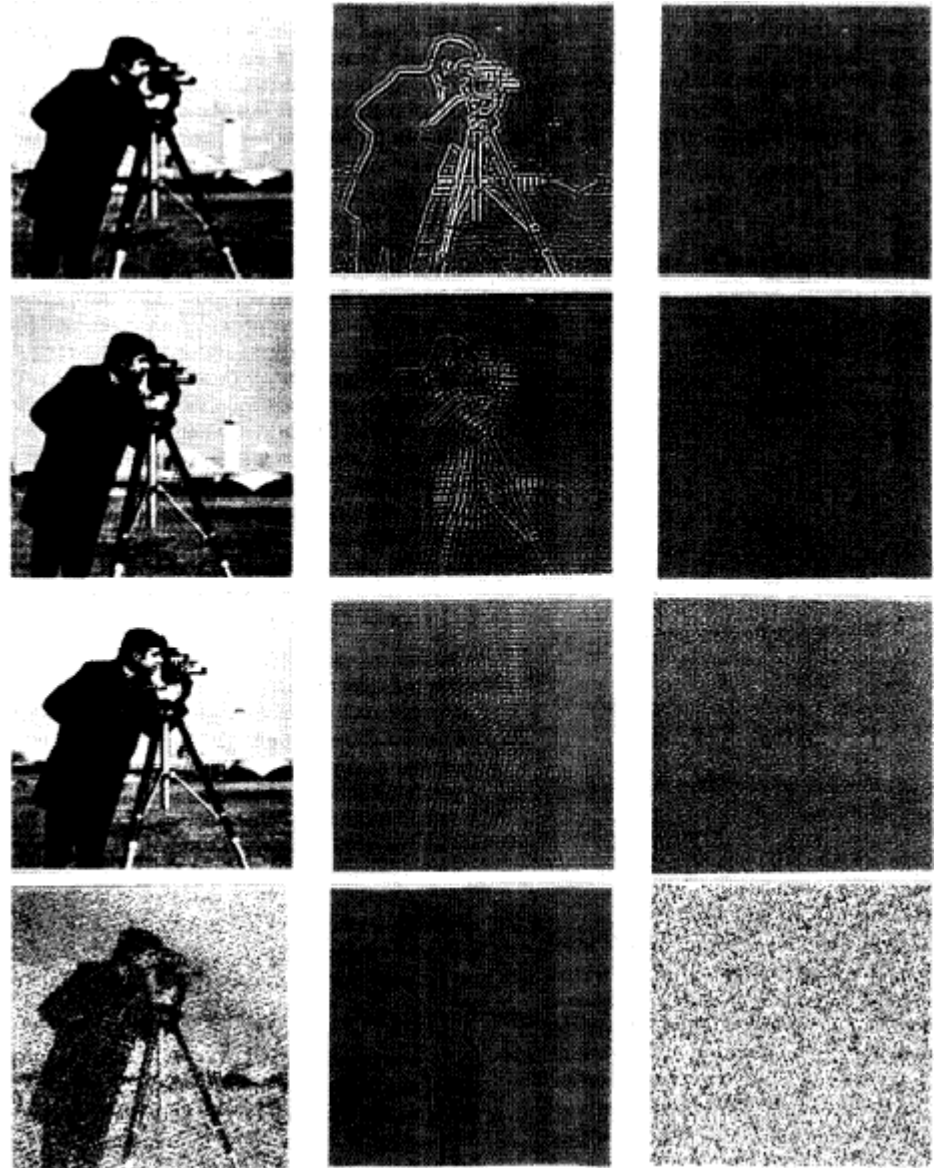
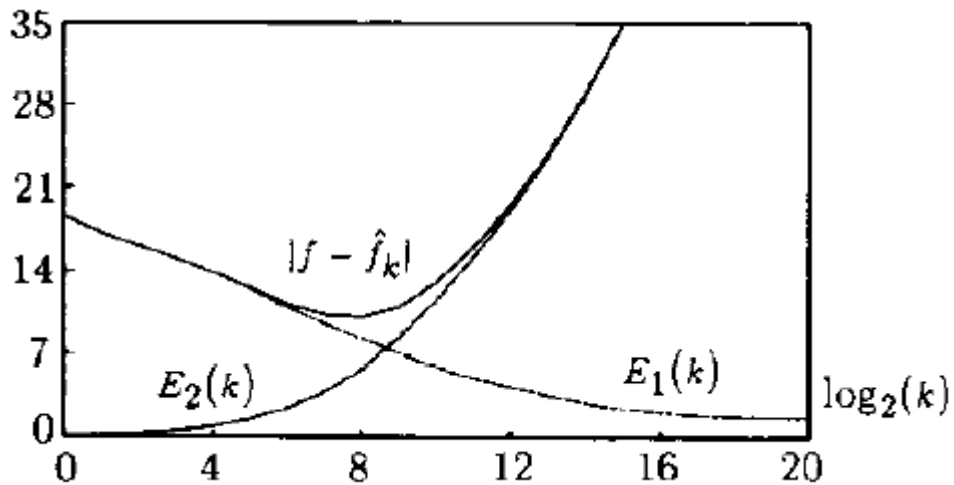
Υλοποίηση με χρήση μετασχηματισμού Fourier

$$\hat{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)G(u, v)}{|H(u, v)|^2}, \quad H(u, v) \neq 0$$

Ζητήματα ύπαρξης και ευστάθειας

Επαναληπτική μέθοδος αντιστροφής

$$\begin{aligned}\hat{f}_{k+1} &= \beta H^*g + (I - \beta H^*H)\hat{f}_k \\ &= \hat{f}_k + \beta H^*(g - H\hat{f}_k).\end{aligned}$$



Biemond, Legendijk and Mersereau,
 "Iterative methods for image deblurring",
 Proc. IEEE, 1990

Εξομάλυνση

Καλές συνθήκες επίλυσης αντίστροφου προβλήματος:

- υπάρχει λύση
- η λύση είναι μοναδική
- η λύση είναι σταθερή

Συνθήκες ευστάθειας ή εξομάλυνσης

Μικρή μεταβολή μέτρου κλίσης

$$f = (H^T H + \mu(D_x^T D_x + D_y^T D_y))^{-1} H^T g$$

Μικρή μεταβολή Λαπλασιανής

$$f = (H^T H + \mu L^T L)^{-1} H^T g$$

Εξομάλυνση με Λαπλασιανό τελεστή



Εξομάλυνση με Λαπλασιανό τελεστή

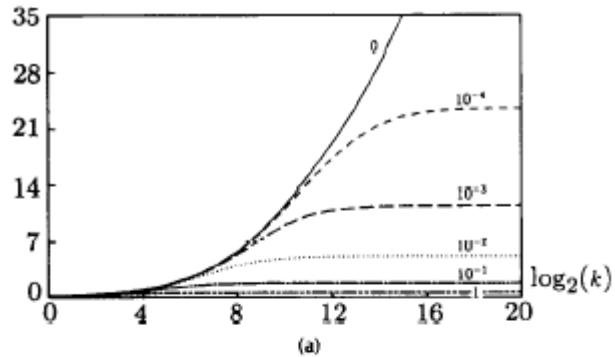
he actions are few and p
efined to a larger colle
ential to retain the str
efinement. Because of t
level will greatly infl
re is insufficient infor
e should decide as littl
be made in an arbitrary

he actions are few and p
efined to a larger colle
ential to retain the str
efinement. Because of t
level will greatly infl
re is insufficient infor
e should decide as littl
be made in an arbitrary

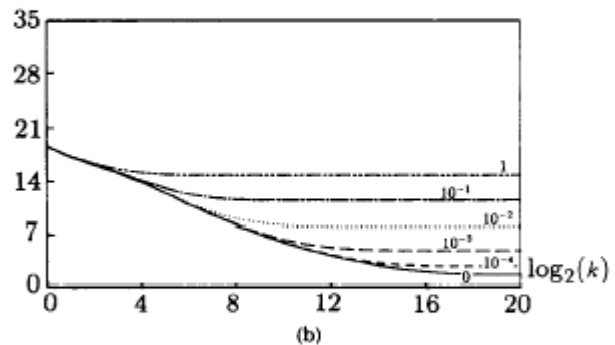
Εξομάλυνση με Λαπλασιανό τελεστή



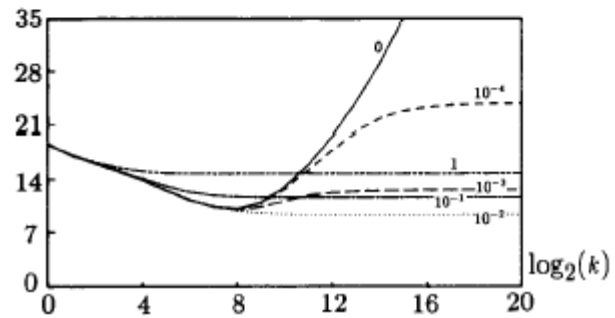
Εξομάλυνση με επαναληπτική μέθοδο



Ενίσχυση θορύβου



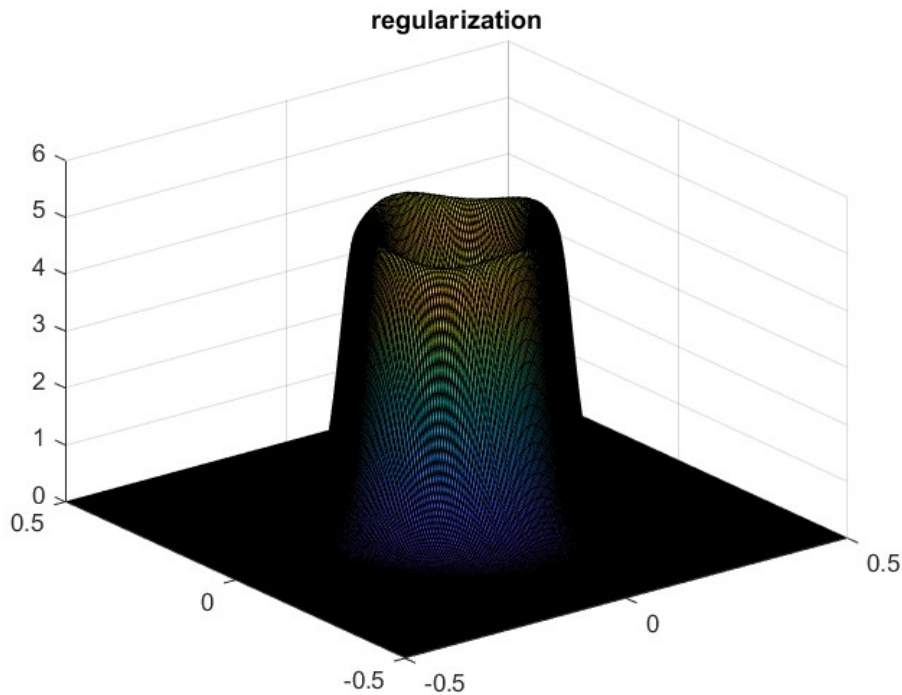
Σφάλμα εξομάλυνσης



Συνολικό σφάλμα

Biemond, Legendijk and Mersereau,
“Iterative methods for image deblurring”,
Proc. IEEE, 1990

Εξομάλυνση με Λαπλασιανό τελεστή



$$\hat{F}(u, v) = \frac{\bar{H}(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \mu |L(u, v)|^2} G(u, v)$$

Φίλτρο Wiener

Εξομάλυνση με γνωστά τα φάσματα ισχύος σήματος και θορύβου

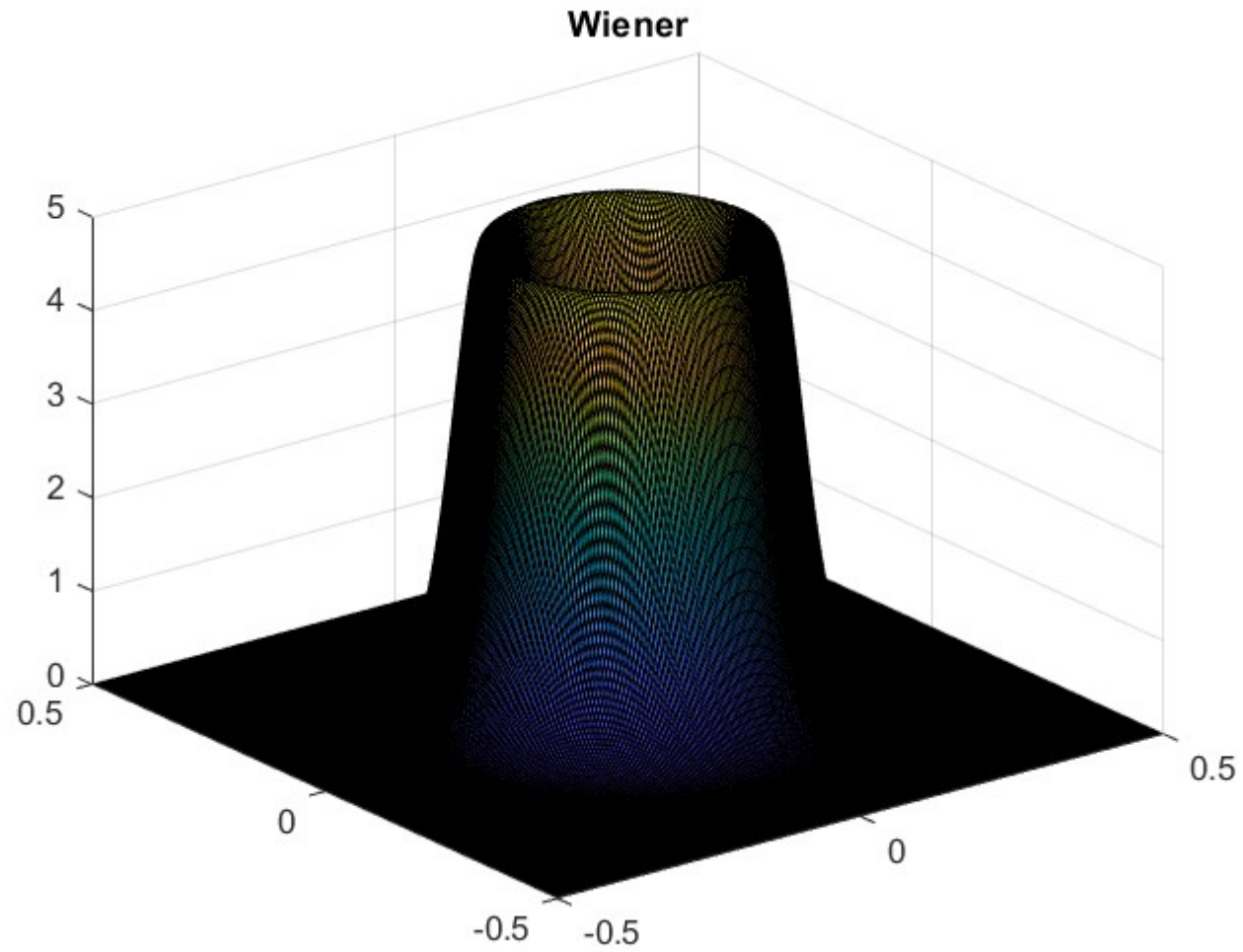
$$W(u, v) = \frac{\overline{H}(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K(u, v)}$$

Απλούστευση

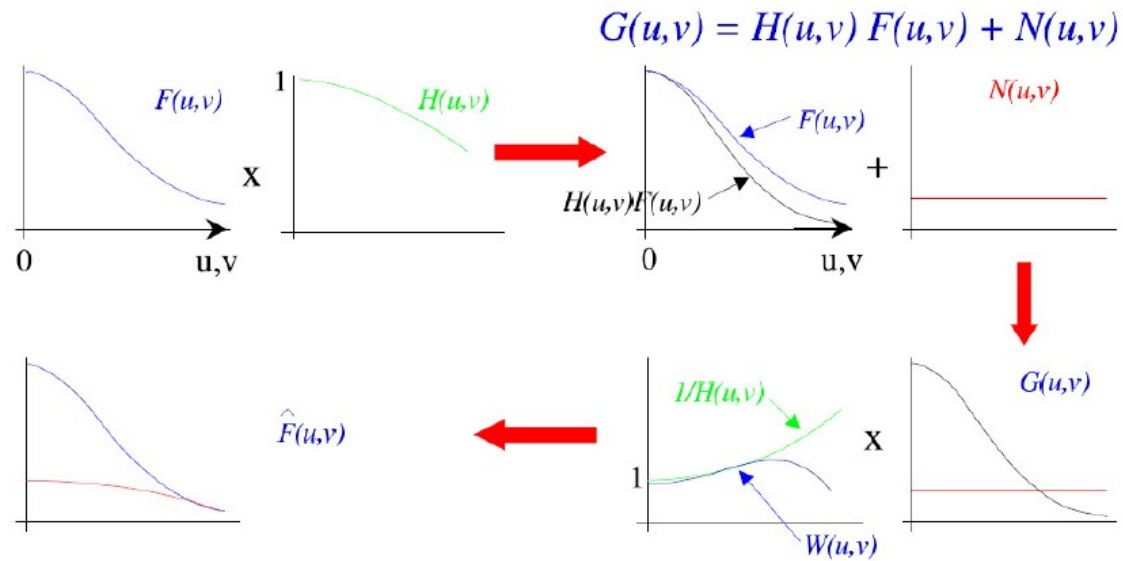
$$\hat{F}(u, v) = \frac{\overline{H}(u, v)G(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \lambda}$$

λ : σχέση θορύβου προς σήμα

Φίλτρο Wiener



Φίλτρο Wiener



Φίλτρο Wiener



Φίλτρο Wiener

he actions are few and p
efined to a larger colle
ential to retain the str
efinement. Because of t
level will greatly infl
re is insufficient infor
e should decide as littl
be made in an arbitrary

he actions are few and p
efined to a larger colle
ential to retain the str
efinement. Because of t
level will greatly infl
re is insufficient infor
e should decide as littl
be made in an arbitrary

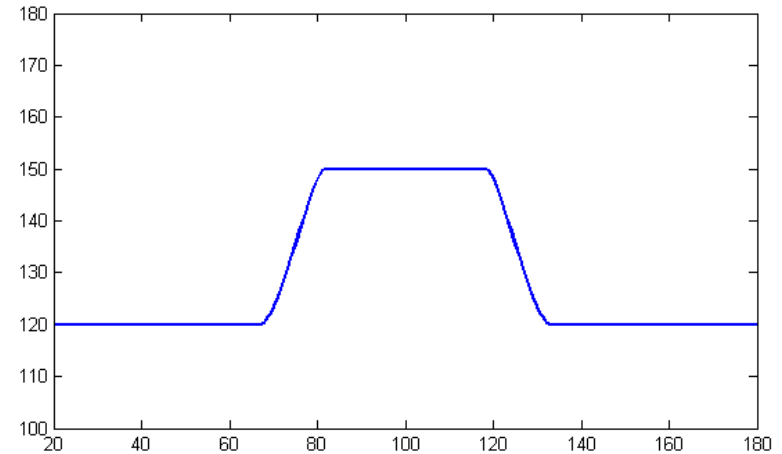
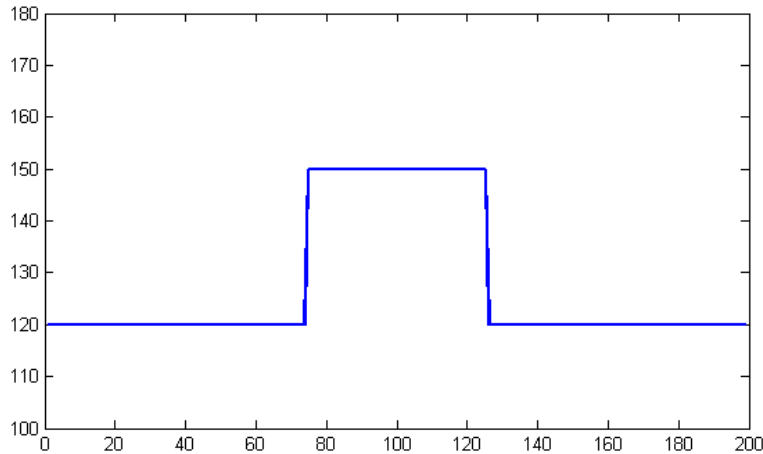
Φίλτρο Wiener



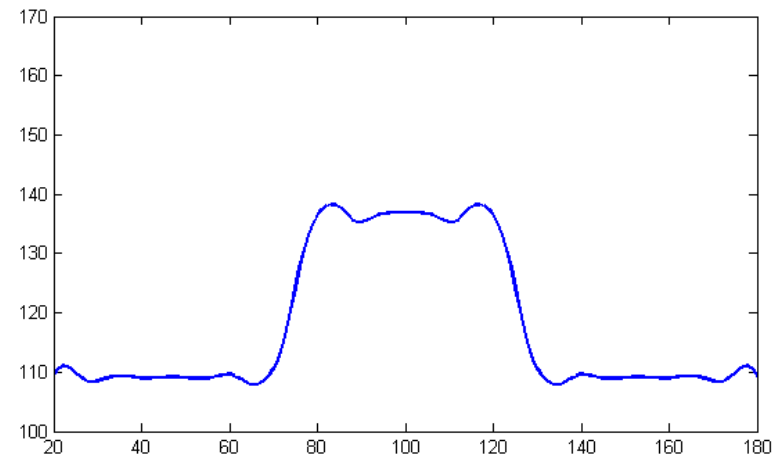
Φίλτρο Wiener / αντίστροφο φίλτρο



Ταλάντωση ακμών



he actions are few and p
efined to a larger colle
ential to retain the str
efinement. Because of t
level will greatly infl
re is insufficient infor
e should decide as littl
be made in an arbitrary

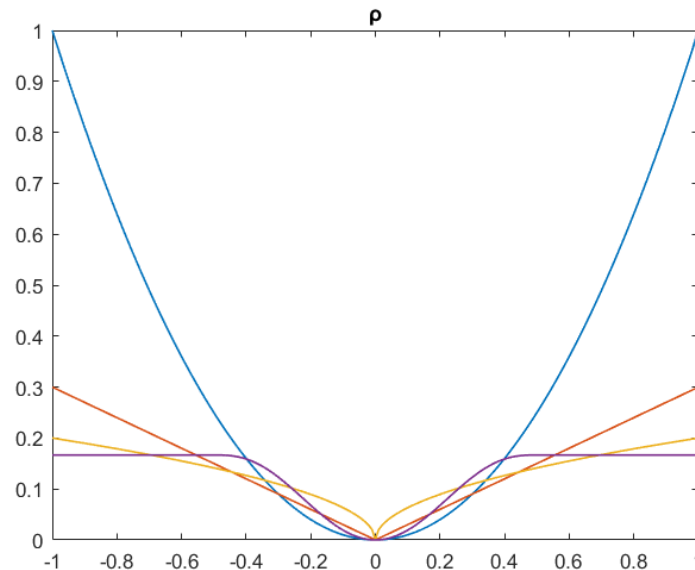


Τοπική προσαρμογή

Εξομάλυνση προσαρμοσμένη στις ακμές
Υλοποιείται άμεσα με επαναληπτικές μεθόδους επίλυσης
Επιπλέον προβολή της λύσης σε ένα σύνολο αποδεκτών λύσεων

$$\|g - Hf\|^2 + \Omega(f)$$

$$\|g - Hf\|^2 + \rho(D_x(f)) + \rho(D_y(f))$$



Τοπική προσαρμογή

Εξομάλυνση προσαρμοσμένη στις ακμές
Υλοποιείται άμεσα με επαναληπτικές μεθόδους επίλυσης



Πεδίο συχνοτήτων

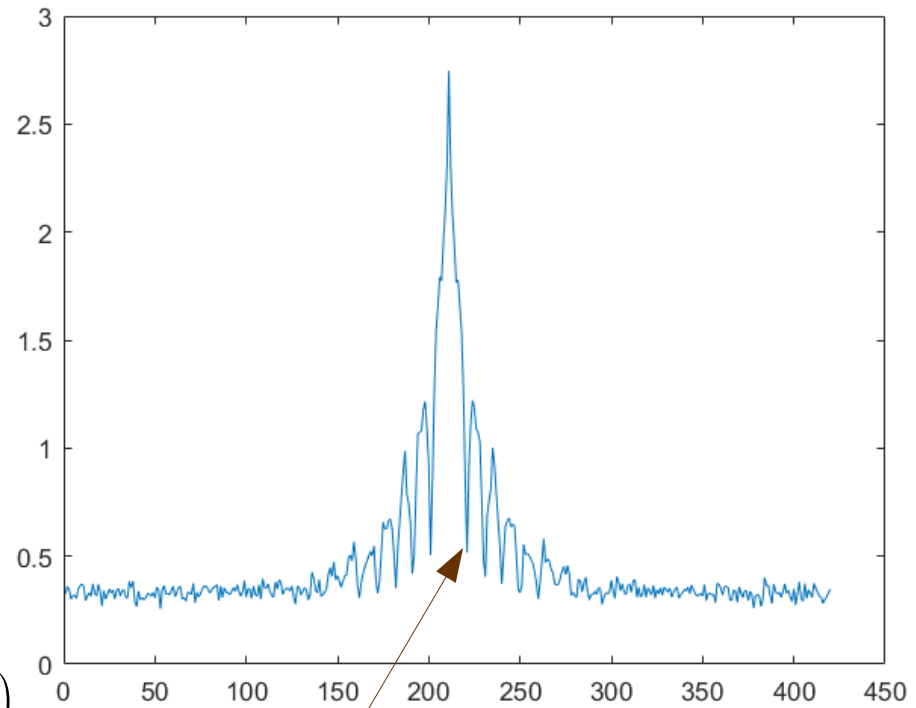


Επαναλήψεις



Ταυτοποίηση της παραμόρφωσης

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log |G_k(m, n)|^2 \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log |F_k(m, n)|^2 + \log |H(m, n)|^2$$



$$H(u, v) = \text{sinc}(\pi(2L+1)u)$$

‘μηδενισμός’

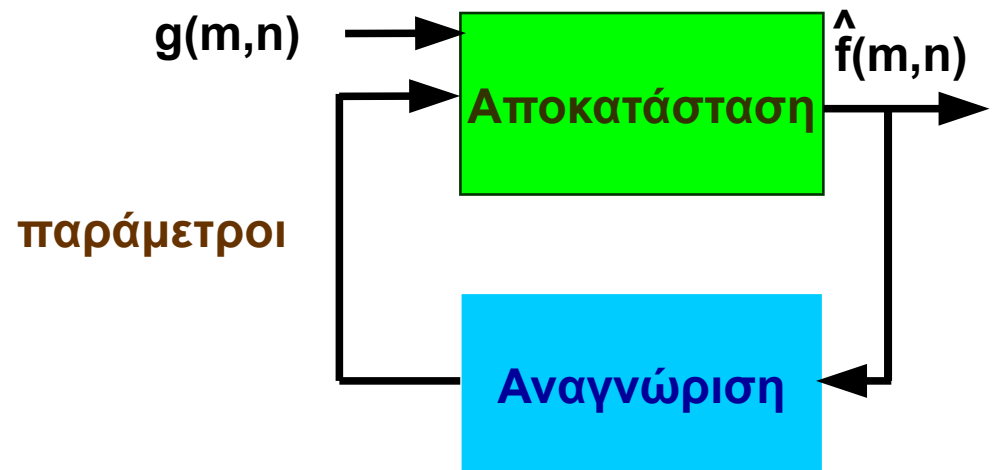
$$u_i = \frac{1}{2L+1}$$

Ταυτόχρονη αναγνώριση και αποκατάσταση

Εκτίμηση δύο γραμμικών μοντέλων :
αρχικής εικόνας (γραμμικό μαρκοβιανό)
συστήματος παραμόρφωσης

Πλεονεκτήματα :
· γραμμικές εξισώσεις
· ανεξάρτητη εκτίμηση

Προβλήματα :
· αριθμός παραμέτρων
· εξάρτηση από την αρχικοποίηση



$$g = H \hat{f}$$

$$A \hat{f} = 0$$