

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2026–27
Διδάσκων: Γ. Στυλιανού, Γ. Καφεντζής

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 8/10/2026

Ημερομηνία Παράδοσης: γραπτά ως τις 20/10/2026, 11:00:00
ή ηλεκτρονικά στο csd5149@csd.uoc.gr ως την ίδια ώρα

Άσκηση 1.

Για καθένα από τα παρακάτω σήματα να εξετάσετε αν είναι σήμα ενέργειας, σήμα ισχύος ή κανένα από τα δύο:

$$x_1[n] = \left(\frac{3}{4}\right)^n u[n], \quad (1)$$

$$x_2[n] = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4}\right), \quad (2)$$

$$x_3[n] = (-1)^n (u[n] - u[n-8]). \quad (3)$$

Για κάθε σήμα ενέργειας να υπολογίσετε την ενέργειά του και για κάθε σήμα ισχύος να υπολογίσετε τη μέση ισχύ του. Χρησιμοποιήστε τους ορισμούς

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2, \quad P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2. \quad (4)$$

- (α) Πώς μεταβάλλονται η ενέργεια και η μέση ισχύς ενός σήματος $x[n]$ αν αυτό αντικατασταθεί από το $Ax[n - n_0]$, όπου $A \in \mathbb{R}$ και $n_0 \in \mathbb{Z}$;
- (β) Εφαρμόστε το προηγούμενο αποτέλεσμα στο σήμα $y[n] = -3x_1[n - 5]$, χωρίς να επαναλάβετε τον αρχικό υπολογισμό του αθροίσματος.

Άσκηση 2.

Για καθένα από τα παρακάτω συστήματα να εξετάσετε αν είναι (α) γραμμικό, (β) ευσταθές, (γ) αιτιατό και (δ) χρονικά αμετάβλητο. Να αιτιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

i. $y[n] = |x[n]|$

ii. $y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$

iii. $y[n] = x[n+1] - x[n-1]$

	Γραμμικό	Ευσταθές	Αιτιατό	Χ.Α.
Απ: (i)	✗	✓	✓	✓
(ii)	✓	✗	✓	✓
(iii)	✓	✓	✗	✓

Άσκηση 3.

Δίνονται τα πεπερασμένης διάρκειας σήματα

$$x[n] = u[n] - u[n - 4], \quad (5)$$

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n (u[n] - u[n - 3]). \quad (6)$$

(α') Σχεδιάστε τα $x[n]$ και $h[n]$ και προσδιορίστε τα διαστήματα που τα σήματα έχουν τιμή μηδέν (τα λεγόμενα “διαστήματα στήριξης”).

(β') Εξηγήστε γιατί η διάρκεια της εξόδου $y[n]$ θα πρέπει να είναι έξι δείγματα.

(γ') Υπολογίστε γραφικά ή αναλυτικά τη συνέλιξη $y[n] = x[n] * h[n]$.

$$\underline{\text{Απ:}} \quad y[n] = \delta[n] + \frac{3}{2}\delta[n - 1] + \frac{7}{4}\delta[n - 2] + \frac{7}{4}\delta[n - 3] + \frac{3}{4}\delta[n - 4] + \frac{1}{4}\delta[n - 5]$$

Άσκηση 4.

Ένα αιτιατό σύστημα περιγράφεται από τη δευτεροβάθμια εξίσωση διαφορών

$$y[n] - \frac{3}{4}y[n - 1] + \frac{1}{8}y[n - 2] = x[n], \quad (7)$$

με αρχικές συνθήκες $y[-1] = 1$ και $y[-2] = 0$. Η είσοδος είναι

$$x[n] = u[n]. \quad (8)$$

(α') Λύστε τη χαρακτηριστική εξίσωση και δείξτε ότι η απόκριση μηδενικής εισόδου είναι

$$y_{zi}[n] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} \right] u[n]. \quad (9)$$

(β') Θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες, υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συστήματος και δείξτε ότι

$$h[n] = \left[2 \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n \right] u[n]. \quad (10)$$

(γ') Χρησιμοποιώντας το $h[n]$, υπολογίστε την απόκριση μηδενικής κατάστασης για είσοδο $x[n] = u[n]$ και δείξτε ότι

$$y_{zs}[n] = \left[\frac{8}{3} - 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^n \right] u[n]. \quad (11)$$

(δ') Βρείτε τη συνολική απόκριση $y[n]$ και επαληθεύστε ότι ικανοποιεί την αρχική εξίσωση διαφορών για $n = 0$ και $n = 1$.

(ε') Είναι το σύστημα ευσταθές; Αιτιολογήστε.