

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2025
Διδάσκων: Γ. Στυλιανού

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 11/11/2025

Ημερομηνία Παράδοσης: 25/11/2025, ως τις 11:00 το πρωί
ή ηλεκτρονικά στο csd4641@csd.uoc.gr

Άσκηση 1.

Έστω ο μετασχ. Z της μορφής

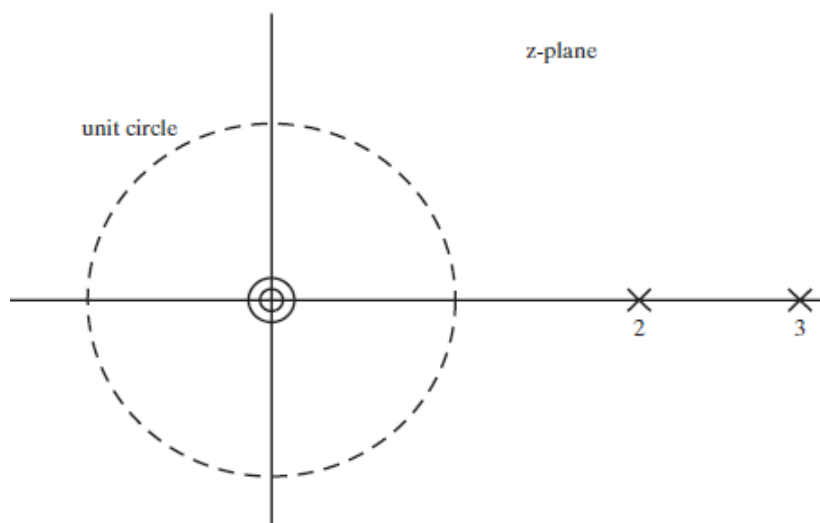
$$X(z) = \frac{z^{-1}}{1 + z^{-2}} \quad (1)$$

με $|z| > 1$. Βρείτε την τιμή $x[0]$ **χωρίς** να βρείτε το σήμα στο χρόνο.

Απ: $x[0] = 0$

Άσκηση 2.

Για το διάγραμμα πόλων-μηδενικών του Σχήματος 1, βρείτε όλες τις πιθανές κρουστικές αποκρίσεις που μπορούν να έχουν ένα τέτοιο διάγραμμα. Επιλέξτε τις συναρτήσεις μεταφοράς σας έτσι ώστε $H(1) = 1$. Δηλώστε ρητά το πεδίο σύγκλισης για κάθε περίπτωση. Υποθέστε ότι δεν υπάρχουν άλλοι πόλοι ή μηδενικά (όλοι/α έχουν σχεδιαστεί στο σχήμα - το μηδενικό στο $z = 0$ είναι διπλό).



Σχήμα 1: Σχήμα Ασκήσης 2.

Απ:

- $h[n] = ((-4)2^n + 6 \cdot 3^n)u[n], \quad |z| > 3$
- $h[n] = (-4)2^n u[n] - 6 \cdot 3^n u[-n-1], \quad 2 < |z| < 3$
- $h[n] = 4 \cdot 2^n u[-n-1] - 6 \cdot 3^n u[-n-1], \quad |z| < 2$

Άσκηση 3.

Στο Σχήμα 2 βλέπετε διαγράμματα πόλων-μηδενικών και αποκρίσεις πλάτους για κάποια συστήματα. Αντιστοιχίστε την αριστερή με τη δεξιά στήλη και **δικαιολογήστε επαρκώς**. Δεν απαιτείται να κάνετε διάγραμμα διανυσμάτων (παρ' όλο που η αριστερή στήλη περιλαμβάνει κάποια (τα πράσινα βέλη)), μπορείτε να απαντήσετε με εποπτικό τρόπο.

Άσκηση 4.

Πώς μπορείτε να καταλάβετε αν ένα ΓΧΑ σύστημα είναι ευσταθές ή/και αιτιατό αν έχετε τις ακόλουθες πληροφορίες ;

- (α) Έχετε μόνο την κρουστική του απόκριση.
- (β) Έχετε μόνο τη συνάρτηση μεταφοράς του και το πεδίο σύγκλισης.
- (γ) Έχετε μόνο την εξίσωση διαφορών του.
- (δ) Έχετε μόνο το διάγραμμα πόλων και μηδενικών του.

Άσκηση 5.

Θεωρήστε τρία συστήματα συνδεδεμένα σε **σειρά**, με συναρτήσεις μεταφοράς $H_1(z)$, $H_2(z)$, $H_3(z)$. Αν γνωρίζετε ότι

$$(i) \quad h_1[n] = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} \right)^n u[n]$$

$$(ii) \quad H_2(z) = A \frac{1 + az^{-1}}{1 + bz^{-1}}$$

$$(iii) \quad h_3[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1]$$

τότε επιλέξτε τις τιμές των a, b, A έτσι ώστε το *συνολικό* σύστημα να είναι ταυτοτικό, δηλ.

$$h_1[n] * h_2[n] * h_3[n] = \delta[n] \quad (2)$$

Άσκηση 6.

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς μιας διάταξης δυο συστημάτων συνδεδεμένων σε **σειρά** δίνεται ως

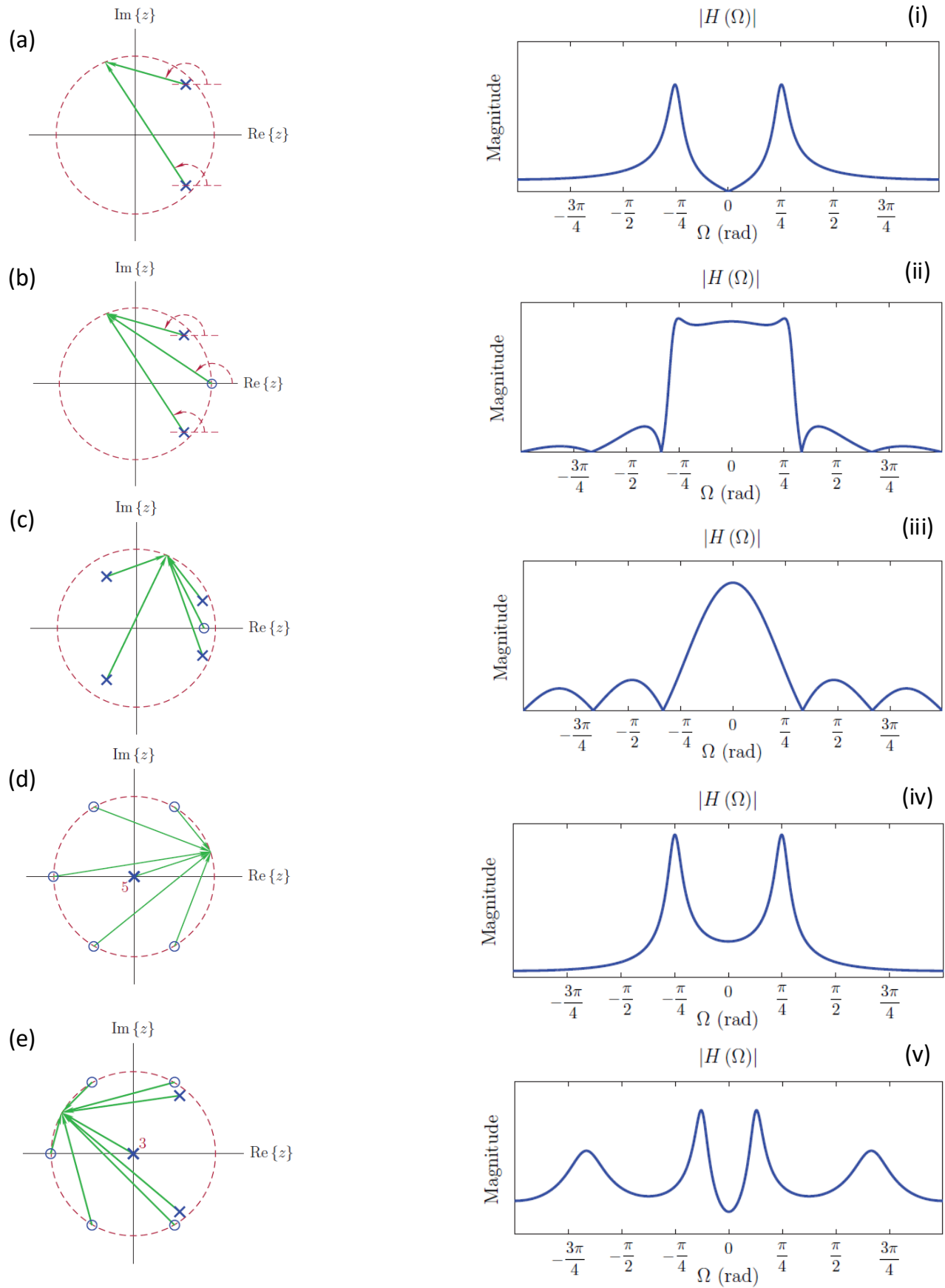
$$H(z) = \frac{1 + \frac{1}{4}z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}} \quad (3)$$

Η βηματική απόκριση του πρώτου συστήματος (δηλ. η έξοδός του όταν στην είσοδό του εμφανίζεται η βηματική συνάρτηση $u[n]$) ισούται με

$$s[n] = \left[2 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right] u[n] \quad (4)$$

Βρείτε τα υποσυστήματα $H_1(z)$, $H_2(z)$ και τις κρουστικές αποκρίσεις τους.

$$\underline{\text{Απ.:}} \quad h_1[n] = \left(\frac{1}{2} \right)^n u[n], \quad h_2[n] = -\delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1] + 2 \left(-\frac{1}{2} \right)^n u[n]$$



Σχήμα 2: Σχήμα Ασκήσης 3.