

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2025
Διδάσκων: Γ. Στυλιανού

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 21/10/2025

Ημερομηνία Παράδοσης: 31/10/2025 την ώρα της προόδου
ή ηλεκτρονικά στο csdp1376@csd.uoc.gr

Άσκηση 1.

Ένα ΓΧΑ σύστημα περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών

$$y[n] = \frac{1}{6}x[n] + \frac{1}{3}x[n-2] + \frac{1}{3}x[n-4] + \frac{1}{6}x[n-6] \quad (1)$$

- (α) Βρείτε την κρουστική απόκριση $h[n]$ του συστήματος.
- (β) Είναι το σύστημα ευσταθές; Αιτιολογήστε.
- (γ) Βρείτε την απόκριση σε συχνότητα του συστήματος. Χρησιμοποιήστε παραγοντοποίηση και σχέσεις του Euler για να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων.
- (δ) Σχεδιάστε ποιοτικά την απόκριση πλάτους και την απόκριση φάσης.

Απ: (α) $h[n] = \frac{1}{6}\delta[n] + \frac{1}{3}\delta[n-2] + \frac{1}{3}\delta[n-4] + \frac{1}{6}\delta[n-6]$, (β) ναι, (γ) $H(e^{j\omega}) = \frac{1}{3}e^{-j3\omega}(\cos(3\omega) + 2\cos(\omega))$

Άσκηση 2.

Για το σήμα

$$x[n] = -\delta[n+2] + \delta[n+1] + 2\delta[n] + \delta[n-1] - \delta[n-2] \quad (2)$$

υπολογίστε τις παρακάτω ποσότητες χωρίς να υπολογίσετε ρητά τον μετασχηματισμό Fourier του:

- (α) $X(e^{j0})$
- (β) $X(e^{j\pi})$
- (γ) $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$

Άσκηση 3.

Έστω το ΓΧΑ σύστημα με κρουστική απόκριση $h[n] = a^n u[n]$, $|a| < 1$, το οποίο δέχεται ως είσοδο το σήμα

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \quad (3)$$

Δείξτε ότι η έξοδος του συστήματος θα είναι της μορφής

$$y[n] = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \cos\left(\frac{\pi n}{2} - \tan^{-1}(a)\right) \quad (4)$$

Άσκηση 4.

Έστω το ΓΧΑ σύστημα που περιγράφεται ως

$$H(e^{j\omega}) = \frac{b_0}{1 + a_1 e^{-j\omega}}. \quad (5)$$

Βρείτε τις πιθανές τιμές για τις σταθερές $b_0, a_1 \in \mathbb{R}$ τέτοιες ώστε η συχνотική απόκριση να ικανοποιεί τα ακόλουθα κριτήρια :

- $H(e^0) = 1$
- $|H(e^{j\pi/2})| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Άσκηση 5.

Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier της συχνотικής απόκρισης

$$H(e^{j\omega}) = (1 + 2 \cos \omega + \cos^2 \omega) \cos\left(\frac{\omega}{2}\right) e^{j\omega/2}. \quad (6)$$

Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) d\omega. \quad (7)$$

Απ. $5\pi/2$