

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2025-26
Διδάσκων: Γ. Στυλιανού

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 5/10/2025

Ημερομηνία Παράδοσης: γραπτά ως τις 16/10/2025, 11:00:00
ή ηλεκτρονικά στο csdp1376@csd.uoc.gr ως την ίδια ώρα

Άσκηση 1.

Ένα σήμα διακριτού χρόνου γράφεται ως

$$x[n] = \begin{cases} 1 + \frac{n}{5}, & -5 \leq n \leq -1 \\ 1, & 0 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (1)$$

(α) Σχεδιάστε τα σήματα $x[n]$, $x[2n]$, $x[-n+4]$.

(β) Μπορείτε να γράψετε το παραπάνω σήμα $x[n]$ συναρτήσει των γνωστών σημάτων $\delta[n-k]$ και $u[n-m]$, για κάποια ακέραια k, m ;

Άσκηση 2.

Το *κέντρο βαρύτητας* - *center of gravity* ενός σήματος διακριτού χρόνου δίνεται από τη σχέση

$$CG = \frac{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} nx^2[n]}{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n]} \quad (2)$$

(α) Δείξτε ότι το κέντρο βαρύτητας για το σήμα

$$x[n] = 3\delta[n+3] + 2\delta[n+2] + \delta[n+1] + \delta[n-1] + 2\delta[n-2] + 3\delta[n-3] \quad (3)$$

ισούται με μηδέν.

(β) Υπολογίστε το κέντρο βαρύτητας για τα σήματα $x[n-1]$ και $x[n-2]$.

(γ) Ποιό είναι το κέντρο βαρύτητας για το σήμα $x[n] = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - 2\delta[n]$;

Άσκηση 3. Για τις παρακάτω εξισώσεις διαφορών που περιγράφουν ΓΧΑ συστήματα, δείξτε αν το σύστημα είναι (α) γραμμικό, (β) ευσταθές, (γ) αιτιατό, (δ) χρονικά αμετάβλητο.

i. $y[n] = n \cos(x[n])$

ii. $y[n] = 3x[n^2]$

iii. $y[n] = x[n]u[n-1]$

	Γραμμικό	Ευσταθές	Αιτιατό	Χ.Α.
Απ:				
(α)	✗	✗	✓	✗
(β)	✓	✓	✗	✗
(γ)	✓	✓	✓	✗

Άσκηση 4.

Δείξτε ότι η συνέλιξη των παρακάτω σημάτων

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n], \quad y[n] = u[-n] \quad (4)$$

δίνεται ως

$$c_2[n] = 2u[-n-1] + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \quad (5)$$

Άσκηση 5.

Δείξτε ότι η εξίσωση διαφορών

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] = -2x[n], \quad y[-1] = 2 \quad (6)$$

που περιγράφει ένα σύστημα με είσοδο

$$x[n] = \left(\frac{1}{6}\right)^n u[n-1] \quad (7)$$

(α) έχει απόκριση μηδενικής εισόδου ίση με

$$y_{zi}[n] = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] \quad (8)$$

(β) έχει κρουστική απόκριση ίση με

$$h[n] = -2 \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] \quad (9)$$

(γ) έχει απόκριση μηδενικής κατάστασης

$$y_{zs}[n] = 4 \left(\left(\frac{1}{6}\right)^n - \left(\frac{1}{4}\right)^n \right) u[n-1] \quad (10)$$