

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2023
Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού, Γ. Καφεντζής

Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 6/12/2023

Ημερομηνία Παράδοσης: 28/12/2023, 23:59:59

Άσκηση 1.

Βρείτε την απόκριση πλάτους της σε σειρά συνδεσμολογίας των παρακάτω συστημάτων:

$$H_1(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega} - 0.5}{1 - 0.5e^{-j\omega}}, \quad h_2[n] = \delta[n] - \frac{\sin(\pi n/4)}{\pi n} \quad (1)$$

Απ.: υπερερατό με $\omega_c = \pi/4$

Άσκηση 2.

Έστω το σήμα $y[n]$ που παράγεται από ένα άλλο σήμα $x[n]$ ως

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n (k+1)x[k] \quad (2)$$

Αρχικά, δείχνοντας ότι το παραπάνω σήμα ικανοποιεί την παρακάτω εξίσωση διαφορών

$$y[n] - y[n-1] = (n+1)x[n] \quad (3)$$

αξιοποιήστε τη σχέση αυτή για να βρείτε το μετασχ. Z του σήματος

$$y[n] = \sum_{k=0}^n (k+1) \quad (4)$$

Απ.: $Y(z) = \frac{1}{(1-z^{-1})^3}$

Άσκηση 3.

Το σήμα

$$x[n] = u[-n-1] + \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \quad (5)$$

εμφανίζεται ως είσοδος στο *αιτιατό* σύστημα με κρουστική απόκριση $h[n]$, δίνοντας έξοδο

$$Y(z) = \frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + z^{-1})} \quad (6)$$

Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$.

Απ.: $H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}, |z| > 1$

Άσκηση 4.

Ένα FIR σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \left(1 + \frac{1}{5}z^{-1} + \frac{4}{5}z^{-2}\right)^2 \quad (7)$$

Βρείτε ένα σύστημα γραμμικής φάσης που έχει την ίδια *απόκριση πλάτους* με το δοθέν σύστημα.

$$\text{Απ: } G(z) = (1 + \frac{1}{5}z^{-1} + \frac{4}{5}z^{-2})(\frac{4}{5} + \frac{1}{5}z^{-1} + z^{-2})$$

Άσκηση 5.

Θεωρήστε το ακόλουθο αιτιατό FIR φίλτρο διάρκειας 6 δειγμάτων ($0 \leq n \leq 5$) του οποίου η κρουστική απόκριση έχει τιμές

$$h[n] = [2, 4, 3, h_3, h_4, h_5] \quad (8)$$

- (α) Αν το σύστημα είναι γραμμικής φάσης, βρείτε τις πιθανές μορφές του $h[n]$.
- (β) Τι τύπου γραμμικής φάσης είναι οι μορφές που βρήκατε παραπάνω;
- (γ) Ποιά είναι η καθυστέρηση ομάδας για κάθε μια;

Άσκηση 6.

Έστω το ακόλουθο ευσταθές κι αιτιατό IIR σύστημα

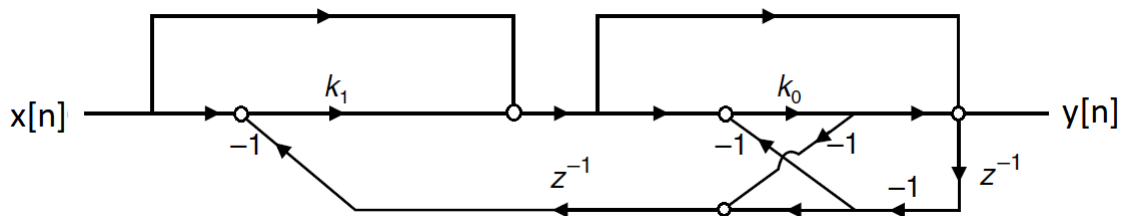
$$H(z) = \frac{2(1 + 1.25z^{-1})(1 + 0.25z^{-2})}{(1 - 0.81z^{-2})} \quad (9)$$

- (α) Βρείτε ένα σύστημα ελάχιστης φάσης για το παραπάνω σύστημα.
- (β) Βρείτε ένα σύστημα μέγιστης φάσης για το παραπάνω σύστημα (μέγιστης φάσης ονομάζεται ένα ευσταθές σύστημα που έχει όλα τα μηδενικά εκτός μοναδιαίου κύκλου).
- (γ) Πόσες διαφορετικές ευσταθείς κι αιτιατές συναρτήσεις μεταφοράς έχουν την ίδια απόκριση πλάτους με το σύστημα $H(z)$; Πόσες διαφορετικές ευσταθείς κι αιτιατές συναρτήσεις μεταφοράς με *πραγματικούς συντελεστές* έχουν την ίδια απόκριση πλάτους με το σύστημα $H(z)$;

Απ: (γ) 8, 4

Άσκηση 7.

Δείξτε ότι ο γράφος του Σχήματος 1 υλοποιεί τη συνάρτηση μεταφοράς



Σχήμα 1: Γράφος άσκησης 7.

$$H(z) = \frac{1 + k_0 + k_1 + k_0k_1}{1 - (k_0 + k_0k_1)z^{-1} - (k_1 + 2k_0k_1)z^{-2}} \quad (10)$$

Πως σχετίζεται η παραπάνω υλοποίηση σε σχέση με την Direct Form II όσον αφορά τους πόρους που χρησιμοποιεί;