

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2023
Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού, Γ. Καφεντζής

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 13/10/2023

Ημερομηνία Παράδοσης: 30/10/2023, 12:00 (πρωί)

Ασκηση 1. Έστω το ΓΧΑ σύστημα με κρουστική απόκριση

$$h[n] = \delta[n] - \delta[n - 2] + \delta[n - 4] - \delta[n - 6] \quad (1)$$

(α) Βρείτε την απόκριση σε συχνότητα $H(e^{j\omega})$

(β) Βρείτε και σχεδιάστε (ποιοτικά) την απόκριση πλάτους και φάσης του συστήματος στο διάστημα $(-\pi, \pi]$. Προσπαθήστε να παραγοντοποιήσετε και να εκφράσετε την απόκριση συχνότητας ως ένα γινόμενο από απλούς όρους.

(γ) Βρείτε την έξοδο $y[n]$ του συστήματος για τις εισόδους

i. $x[n] = 2 \cos(\pi n/4 + \pi)$

ii. $x[n] = \cos(\pi n/2)$

(δ) Υπολογίστε την καθυστέρηση ομάδας $\tau_g(e^{j\omega})$

Απ: (α) $H(e^{j\omega}) = 4j \cos(2\omega) \sin(\omega) e^{-j3\omega}$

Ασκηση 2. Αν

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{8}\right) + \sin\left(\frac{3\pi n}{4}\right) \quad (2)$$

η είσοδος σε ένα ΓΧΑ σύστημα, τότε βρείτε την έξοδο αν η κρουστική απόκριση είναι

$$h[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{5}\right)}{\pi n} \quad (3)$$

Απ: $y[n] = 0$

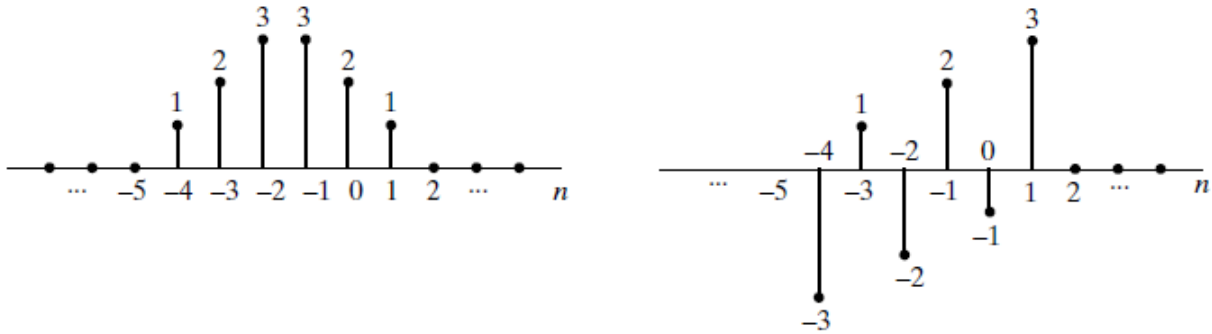
Ασκηση 3. Έστω ο μετασχ. Fourier

$$X(e^{j\omega}) = \frac{2 + \frac{1}{4}e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{8}e^{-j2\omega} + \frac{1}{4}e^{-j\omega}} \quad (4)$$

Βρείτε μέσω αναπτύγματος σε μερικά κλάσματα το σήμα στο χρόνο $x[n]$.

Απ: $x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$

Ασκηση 4. Στο Σχήμα 1, βλέπετε το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός *μυγαδικού* σήματος στο χρόνο, $x[n]$. Στα δείγματα που δεν απεικονίζονται η τιμή του σήματος είναι μηδενική. Βρείτε τα ακόλουθα χωρίς να υπολογίσετε ρητά τον $X(e^{j\omega})$.



Σχήμα 1: Πραγματικό (αριστερά) και φανταστικό (δεξιά) μέρος ενός μιγαδικού σήματος $x[n]$.

(α) $X(e^{j0})$

(β) $X(e^{j\pi})$

(γ) $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$

(δ) σχεδιάστε το σήμα στο χρόνο που αντιστοιχεί στο μετασχ. $X(e^{-j\omega})$

(ε) σχεδιάστε το σήμα στο χρόνο που αντιστοιχεί στο μετασχ. $j\Im\{X(e^{j\omega})\}$

Απ: (α) 12, (β) $-j12$, (γ) $2\pi(2 - j)$

Ασκηση 5. Ένα ΓΧΑ σύστημα έχει απόκριση σε συχνότητα

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 + e^{-j2\omega}}{1 - \frac{4}{5}e^{-j\omega}} \quad (5)$$

(α) Βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος

(β) Βρείτε μια εξίσωση διαφορών που περιγράφει το σύστημα

(γ) Αν μια είσοδος στο σύστημα είναι η

$$x[n] = 4 + 2 \cos(\omega_0 n), \quad -\infty < n < +\infty \quad (6)$$

για ποιά τιμή του ω_0 η έξοδος θα είναι της μορφής

$$y[n] = c, \quad c \in \mathbb{R} \quad (7)$$

για $-\infty < n < +\infty$; Ποιά είναι η σταθερά c ;

Απ: (α) $h[n] = \left(\frac{4}{5}\right)^n u[n] + \left(\frac{4}{5}\right)^{n-2} u[n-2]$, (γ) $\omega_0 = \pi/2$, $c = 40$.

Ασκηση 6. Βρείτε την εξίσωση διαφορών του ΓΧΑ συστήματος με κρουστική απόκριση $h[n]$ αν για είσοδο

$$x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] \quad (8)$$

λαμβάνουμε έξοδο

$$y[n] = (n+3) \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] \quad (9)$$

Απ: $y[n] - \frac{2}{3}y[n-1] + \frac{1}{9}y[n-2] = 3x[n] - \frac{17}{12}x[n-1] + \frac{1}{6}x[n-2]$