ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2020
Διδάσκων: Γ. Στυλιανού

Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 22/12/2020 Ημερομηνία Παράδοσης: 15/1/2021, 23:59

Άσκηση 1.
Θεωρήστε ένα ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο με κρουστική απόκριση

$$H_{lp}(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| < 0.2\pi \\ 0, & 0.2\pi \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \tag{1}$$

(α΄) Ένα νέο φίλτρο έχει κρουστική απόκριση

$$h_1[n] = (-1)^n h_{lp}[n] = e^{j\pi n} h_{lp}[n] \tag{2}$$

Βρείτε μια εξίσωση για την απόκριση σε συχνότητα $H_1(e^{j\omega})$. Τι είδους φίλτρο είναι αυτό;

(β΄) Ένα δεύτερο φίλτρο έχει κρουστική απόκριση

$$h_2[n] = 2h_{lp}[n]\cos(0.5\pi n) \tag{3}$$

Βρείτε μια εξίσωση για την απόκριση σε συχνότητα $H_2(e^{j\omega})$. Τι είδους φίλτρο είναι αυτό;

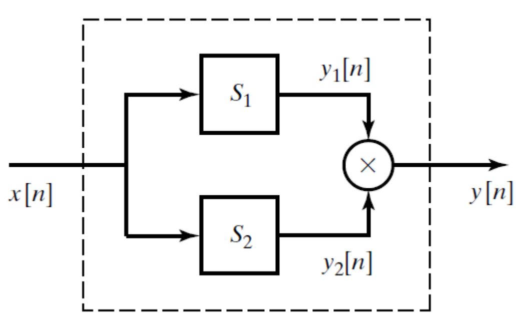
(γ΄) Ένα τρίτο φίλτρο δίνεται από την κρουστική απόκριση

$$h_3[n] = \frac{\sin(0.1\pi n)}{\pi n} h_{lp}[n] \tag{4}$$

Βρείτε μια εξίσωση για την απόκριση σε συχνότητα $H_3(e^{j\omega})$. Τι είδους φίλτρο είναι αυτό;

Απ: (α) υψιπερατό, (β) ζωνοπερατό, (γ) χαμηλοπερατό

Άσκηση 2.
Έστω η υλοποίηση ενός συστήματος του Σχήματος 1. Τα συστήματα S_1, S_2 είναι ΓΧΑ.



Σχήμα 1: *Σχήμα Άσκησης 2.*

(α΄) Είναι το σύστημα εντός των διακεκομμένων γραμμών ΓΧΑ; Εξηγήστε ή βρείτε ένα αντιπαράδειγμα.

(β΄) Έστω $H_1(e^{j\omega})$, $H_2(e^{j\omega})$ οι συχνοτικές αποκρίσεις των συστημάτων S_1, S_2, αντίστοιχα. Αν

$$H_1(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & |\omega| \leq 0.2\pi \\ \text{άγνωστο}, & 0.2\pi < |\omega| \leq \pi \end{cases} \tag{5}$$

και

$$H_2(e^{j\omega}) = \begin{cases} \text{άγνωστο}, & |\omega| \leq 0.4\pi \\ 0, & 0.4\pi < |\omega| \leq \pi \end{cases} \tag{6}$$

θεωρώντας ότι η είσοδος $x[n]$ είναι επίσης χαμηλοπερατή ως

$$X(e^{j\omega}) = \begin{cases} \text{άγνωστο}, & |\omega| \leq 0.3\pi \\ 0, & 0.3\pi < |\omega| \leq \pi \end{cases} \tag{7}$$

σε ποιά περιοχή του $-\pi \leq \omega \leq \pi$ είναι η έξοδος του συστήματος στο χώρο του Fourier, $Y(e^{j\omega})$, εγγυημένα μηδενική;

Απ: (α) όχι, (β) $Y(e^{j\omega}) = \begin{cases} \text{άγνωστο}, & |\omega| < 0.6\pi \\ 0, & 0.6\pi \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$

Άσκηση 3.

Ένα αιτιατό ΓΧΑ σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \frac{1 - 4z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1}} \tag{8}$$

Το σύστημα λαμβάνει είσοδο

$$x[n] = 2^n u[n] + 2\cos(\pi n/2), \ -\infty < n < +\infty \tag{9}$$

Βρείτε την έξοδο $y[n]$ για μεγάλα, θετικά n, δηλ. βρείτε μια έκφραση της εξόδου που είναι ασυμπτωτικά σωστή όσο $n \to +\infty$.

Απ.: $y[n] = 8.94\cos(\pi n/2 + 0.464)$

Άσκηση 4.

Έστω ένα σήμα $x_c(t)$ με περίοδο $T = 1$ ms το οποίο αναπτύσσεται σε Σειρά Fourier συνεχούς χρόνου ως

$$x_c(t) = \sum_{k=-9}^{9} X_k e^{j2\pi 1000kt} \tag{10}$$

Οι συντελεστές Fourier X_k είναι μηδέν για $|k| > 9$. Το σήμα δειγματοληπτείται με περίοδο $T_s = \frac{1}{6} \times 10^{-3}$ s και παράγεται ένα σήμα διακριτού χρόνου $x[n]$, δηλ.

$$x[n] = x_c\left(\frac{n}{6000}\right) \tag{11}$$

(α΄) Είναι το σήμα $x[n]$ περιοδικό; Αν ναι, ποιά η περίοδος του;

(β΄) Η συχνότητα δειγματοληψίας υπερβαίνει το ρυθμό Nyquist; Δηλ. συμβαίνει ή όχι το φαινόμενο του aliasing στο χώρο της συχνότητας;

(γ΄) Η δειγματοληψία σας προσφέρει μια Σειρά Fourier διακριτού χρόνου. Ποιοί είναι οι συντελεστές της συναρτήσει των X_k;

Απ.: (γ) $X[k] = 6\sum_{r=-\infty}^{+\infty} X_{k-6r}$

Άσκηση 5.

Θεωρήστε ότι έχετε δυο σήματα $x[n]$, $h[n]$ ως:

$$x[n] = \cos(\pi n/2), \;\; n = 0,1,2,3 \tag{12}$$

$$h[n] = 2^n, \;\; n = 0,1,2,3 \tag{13}$$

(α΄) Βρείτε τον DFT τεσσάρων σημείων, $X[k]$.

(β΄) Βρείτε τον DFT τεσσάρων σημείων, $H[k]$.

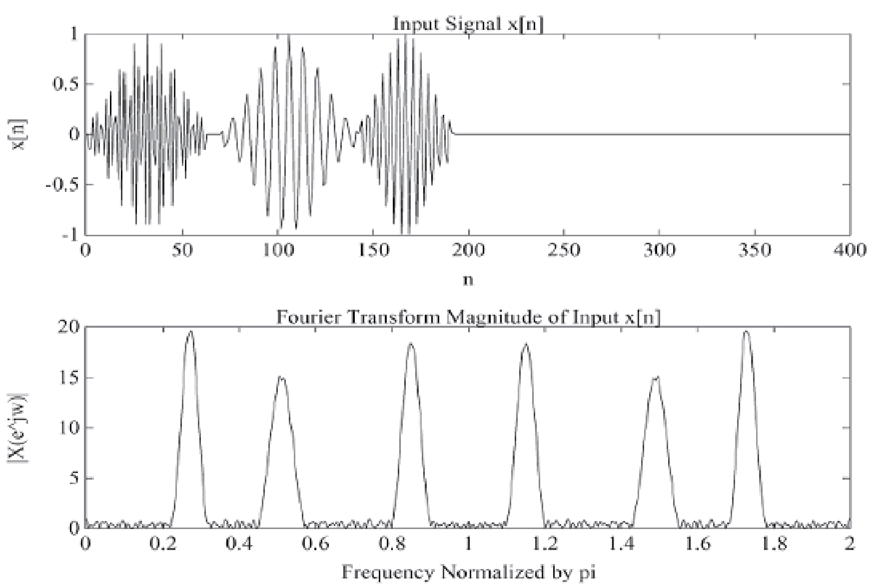
(γ΄) Υπολογίστε την κυκλική συνέλιξη $y[n] = x[n] \circledast h[n]$.

(δ΄) Υπολογίστε το παραπάνω πολλαπλασιάζοντας τους διακριτούς μετασχ. Fourier $X[k]$, $H[k]$ και κάνοντας αντίστροφο διακριτό μετασχ. Fourier.

Απ.: (γ) $y[n] = -3\delta[n] - 6\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + 6\delta[n-3]$

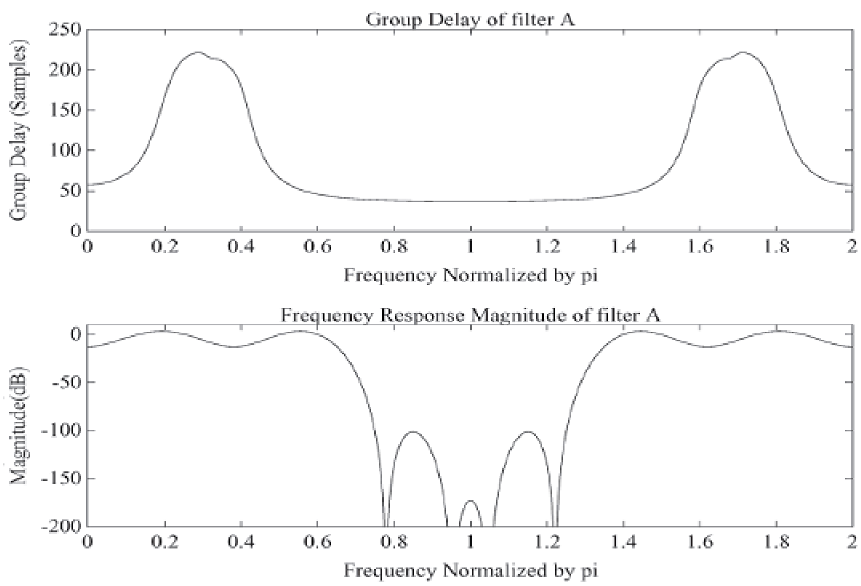
Άσκηση 6.

Ένα ΓΧΑ σύστημα A με είσοδο $x[n]$ και έξοδο $y[n]$ έχει λογαριθμική απόκριση πλάτους και καθυστέρηση ομάδας όπως στο Σχήμα 3. Για μια είσοδο $x[n]$ και το φάσμα πλάτους της όπως στο Σχήμα 2, βρείτε ποιά θα

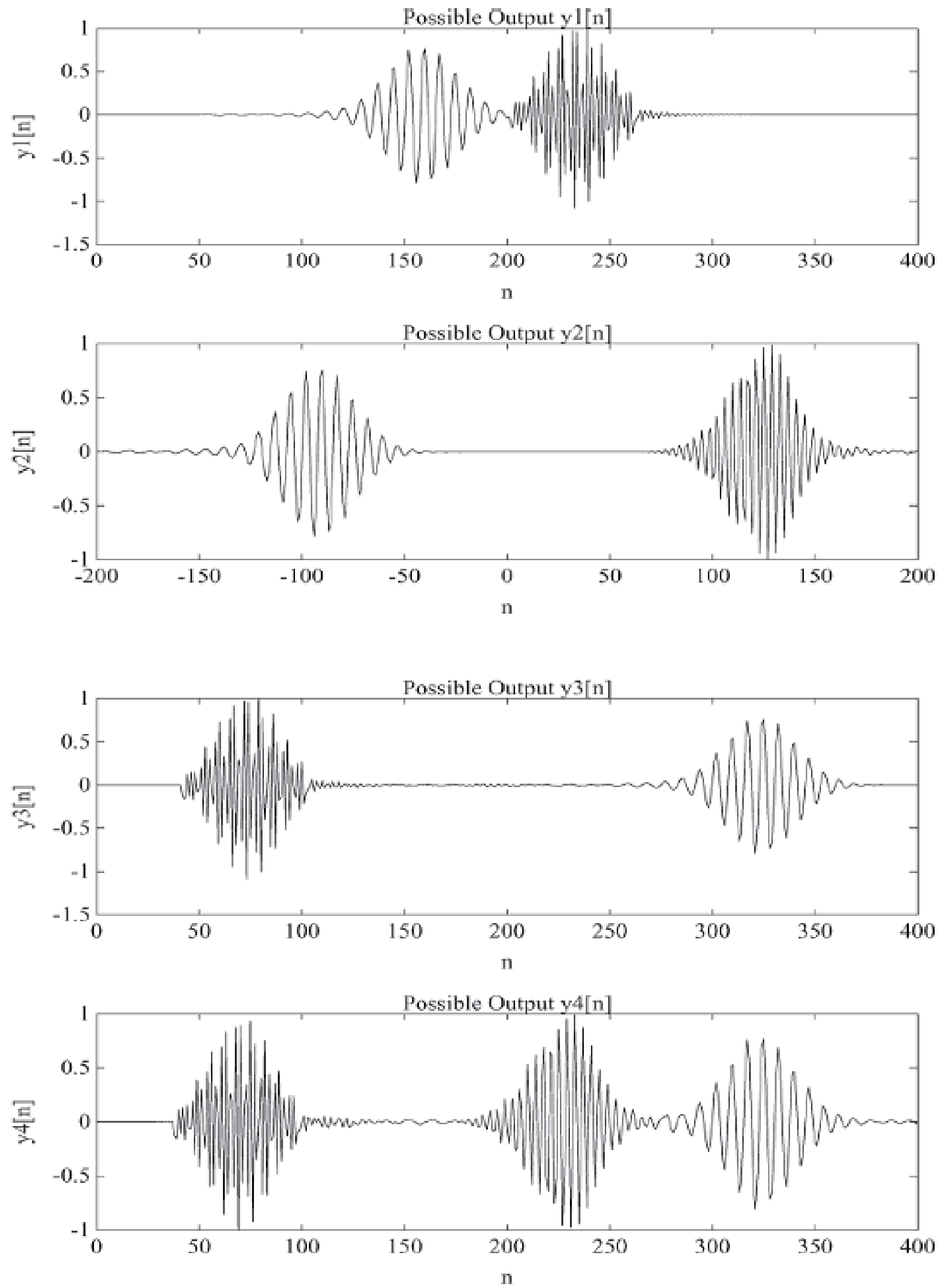


Σχήμα 2: *Σχήμα Άσκησης 6 - Σήμα $x[n]$ και $|X(e^{j\omega})|$.*

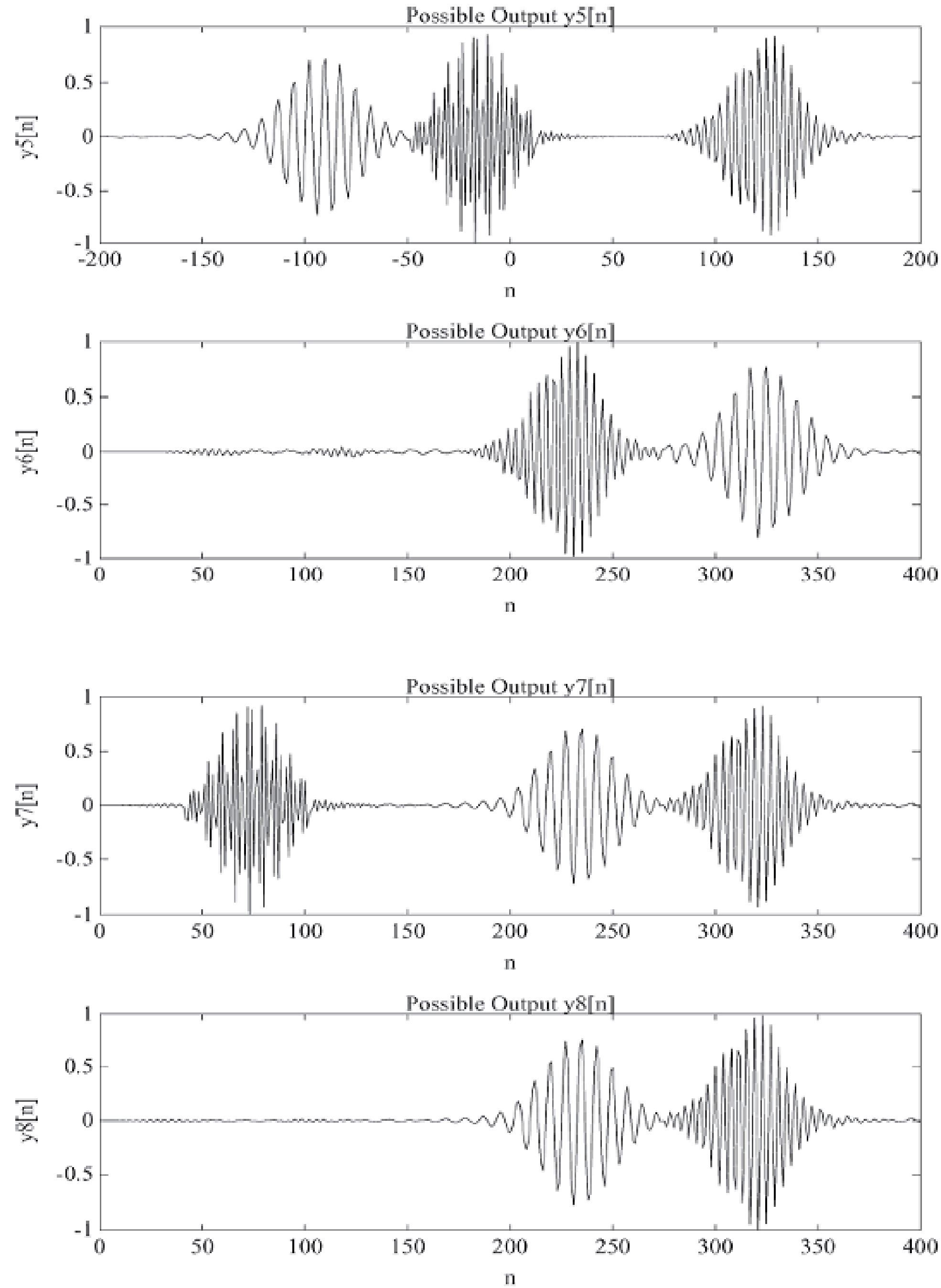
είναι η έξοδος από τις 8 πιθανές εξόδους που δίνονται στα Σχήματα 4,5. Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας. Προσέξτε τη βαθμονόμηση του οριζόντιου άξονα.



Σχήμα 3: *Σχήμα Άσκησης 6 - Σύστημα.*



Σχήμα 4: *Σχήμα Άσκησης 6 - έξοδοι (α).*



Σχήμα 5: *Σχήμα Άσκησης 6 - έξοδοι (β).*