

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2020
Διδάσκων: Γ. Στυλιανού

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 29/10/2020

Ημερομηνία Παράδοσης: 8/11/2020

Άσκηση 1. Θεωρήστε το παρακάτω αιτιατό σήμα πεπερασμένης διάρκειας:

$$x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - 2\delta[n-2] - \delta[n-3] \quad (1)$$

(α) Βρείτε το φάσμα $X(e^{j\omega})$.

(β) Βρείτε και σχεδιάστε ποιοτικά το φάσμα πλάτους $|X(e^{j\omega})|$. Τα σημεία μηδενισμού θα σας βοηθήσουν.

(γ) Βρείτε και σχεδιάστε ποιοτικά το φάσμα φάσης $\angle X(e^{j\omega})$

$$\underline{\text{Απ:}} \text{ (α)} \quad X(e^{j\omega}) = 2je^{-j\frac{3\omega}{2}} \left(\sin\left(\frac{3\omega}{2}\right) + 2\sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \right)$$

Άσκηση 2. Ένα ΓΧΑ σύστημα με κρουστική απόκριση $h_1[n] = (1/3)^n u[n]$ συνδέεται παράλληλα με ένα άλλο αιτιατό ΓΧΑ σύστημα με κρουστική απόκριση $h_2[n]$. Η συνολική σύνδεση έχει απόκριση σε συχνότητα

$$H(e^{j\omega}) = \frac{-12 + 5e^{-j\omega}}{12 - 7e^{-j\omega} + e^{-j2\omega}} \quad (2)$$

Βρείτε το $h_2[n]$.

$$\underline{\text{Απ:}} \quad h_2[n] = -2\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

Άσκηση 3. Ένα ευσταθές και αιτιατό ΓΧΑ σύστημα δίνει το ζεύγος εισόδου-εξόδου

$$\left(\frac{4}{5}\right)^n u[n] \longrightarrow n\left(\frac{4}{5}\right)^n u[n] \quad (3)$$

(α) Βρείτε την απόκριση σε συχνότητα του συστήματος.

(β) Βρείτε μια εξίσωση διαφορών που μπορεί να περιγράψει αυτό το σύστημα.

$$\underline{\text{Απ:}} \text{ (α)} \quad H(e^{j\omega}) = \frac{4}{5} \frac{e^{-j\omega}}{1 - \frac{4}{5}e^{-j\omega}}$$

Άσκηση 4. Ένα αιτιατό σήμα $x[n]$ έχει μετασχ. Z

$$X(z) = \frac{3}{1 - \frac{2}{5}z^{-1} - \frac{8}{25}z^{-2}} \quad (4)$$

Έστω

$$y[n] = x[2n], \quad n \geq 0 \quad (5)$$

Βρείτε το μετασχ. Z , $Y(z)$.

$$\underline{\text{Απ:}} Y(z) = \frac{3 - \frac{24}{25}z^{-1}}{1 - \frac{4}{5}z^{-1} + \frac{64}{625}z^{-2}}, |z| > \frac{16}{25}$$

Άσκηση 5. Έστω $x[n]$ ένα σήμα του οποίου ο μετασχ. Z περιέχει έναν πόλο στη θέση $z = 1/2$. Αν

$$x_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n x[n] \quad (6)$$

είναι απολύτως αθροίσιμο και

$$x_2[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n x[n] \quad (7)$$

δεν είναι απολύτως αθροίσιμο, βρείτε αν το $x[n]$ είναι αριστερόπλευρο, δεξιόπλευρο ή αμφίπλευρο. Η ιδιότητα της στάθμισης στο χώρο του Z θα σας φανεί χρήσιμη.

Απ: αμφίπλευρο.

Άσκηση 6. Έστω

$$x[n] = (-1)^n u[n] + a^n u[-n - n_0] \quad (8)$$

Βρείτε τις προδιαγραφές του μιγαδικού αριθμού a και του ακεραίου n_0 , αν το πεδίο σύγκλισης του μετασχ. Z του σήματος είναι $1 < |z| < 2$.

Απ: $|a| = 2, n_0 \in \mathbb{Z}$