

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2020
Διδάσκων: Γ. Στυλιανού

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 7/10/2020

Ημερομηνία Παράδοσης: 16/10/2020

Άσκηση 1. Θεωρήστε το σήμα

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (u[n+3] - u[n-10]) \quad (1)$$

Βρείτε τη σχέση των A, B, n έτσι ώστε η παρακάτω σχέση να ισχύει:

$$h[n-k] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k-1}, & A \leq k \leq B \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (2)$$

Άσκηση 2. Θεωρήστε τρία ΓΧΑ συστήματα συνδεδεμένα σε σειρά μεταξύ τους. Έστω ότι αυτά έχουν κρουστικές αποκρίσεις

$$h_1[n], h_2[n], h_2[n]$$

Γνωρίζετε ότι

- $h_2[n] = u[n] - u[n-2]$

- $h[n] = h_1[n] * h_2[n] * h_2[n] = \begin{cases} 0, & n \leq -1 \text{ και } n \geq 7 \\ 1, & n = 0 \\ 5, & n = 1 \\ 10, & n = 2 \\ 11, & n = 3 \\ 8, & n = 4 \\ 4, & n = 5 \\ 1, & n = 6 \end{cases}$

Δείξτε ότι η κρουστική απόκριση $h_1[n]$ ισούται με

$$h_1[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 3, & n = 1 \text{ και } n = 2 \\ 2, & n = 3 \\ 1, & n = 4 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (3)$$

Άσκηση 3. Για τις παρακάτω εξισώσεις, δείξτε αν το σύστημα που περιγράφουν είναι (α) γραμμικό, (β) ευσταθές, (γ) αιτιατό, (δ) χρονικά αμετάβλητο, και (ε) δυναμικό.

i. $y[n] = x[4n+1]$

ii. $y[n] = (n+1)x[n]$

iii. $y[n] = \begin{cases} x[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x[n], & n \leq -1 \end{cases}$

	Γραμμικό	Ευσταθές	Αιτιατό	Χ.Α.	Δυναμικό
Απ: (α)	✓	✓	✗	✗	✓
(β)	✓	✗	✓	✗	✗
(γ)	✓	✓	✓	✗	✗

Άσκηση 4. Βρείτε τη συνέλιξη των παρακάτω σημάτων:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} u[n-2], \quad y[n] = u[n+2] \quad (4)$$

$$\underline{\text{Απ:}} \quad c[n] = 2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right] u[n]$$

Άσκηση 5. Για την παρακάτω εξίσωση διαφορών που περιγράφει ένα σύστημα, με τις δεδομένες αρχικές συνθήκες και είσοδο $x[n]$

$$y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] = -2x[n], \quad y[-1] = 2, \quad x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} u[n-1] \quad (5)$$

βρείτε την απόκριση μηδενικής εισόδου ($y_{zi}[n]$), την κρουστική απόκριση $h[n]$, και την απόκριση μηδενικής κατάστασης ($y_{zs}[n]$). Σχολιάστε την ευστάθειά του. Γράψτε τη συνολική έξοδο $y_t[n]$ του συστήματος.

$$\underline{\text{Απ:}} \quad y_{zi}[n] = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n], \quad h[n] = -2 \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n], \quad y_{zs}[n] = 8 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \left[\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1 \right] u[n-1]$$