

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών  
**ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος**  
**Χειμερινό Εξάμηνο 2019**  
**Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού - Γ. Καφεντζής**

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 21/10/2019

Ημερομηνία Παράδοσης: 29/10/2019

**Άσκηση 1.**

Ένα ΓΧΑ σύστημα περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών

$$y[n] = x[n] + x[n - 10] \quad (1)$$

(α) Υπολογίστε και σχεδιάστε την απόκριση πλάτους και την απόκριση φάσης του στο διάστημα  $(-\pi, \pi]$ . Χρησιμοποιήστε τη σχέση

$$e^{ja} + e^{-jb} = e^{j(a-b)/2} (e^{j(a+b)/2} + e^{-j(a+b)/2}) \quad (2)$$

Βρείτε τα σημεία μηδενισμού της απόκρισης πλάτους.

(β) Βρείτε την έξοδο του συστήματος για εισόδους

i.  $x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{10}\right) + 3 \sin\left(\frac{\pi n}{3} + \frac{\pi}{10}\right)$

ii.  $x[n] = 10 + 5 \cos\left(\frac{2\pi n}{5} + \frac{\pi}{2}\right)$

Απ: (α)  $H(e^{j\omega}) = 2 \cos(5\omega)e^{-j5\omega}$ , (β-i)  $y[n] = 3 \sin\left(\frac{\pi n}{3} - \frac{47\pi}{30}\right)$ , (β-ii)  $y[n] = 20 + 10 \cos\left(\frac{2\pi n}{5} + \frac{\pi}{2}\right)$

**Άσκηση 2.**

Βρείτε την απόκριση σταθερής κατάστασης και τη μεταβατική απόκριση του συστήματος που περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών

$$y[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[n - 2]) \quad (3)$$

για είσοδο

$$x[n] = 5 + 3 \cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{3}\right), \quad -\infty < n < +\infty \quad (4)$$

Πώς αλλάζει η απάντησή σας για είσοδο

$$x[n] = \left[5 + 3 \cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{3}\right)\right] u[n] \quad ? \quad (5)$$

Απ:  $y_{ss}[n] = 3 \cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ ,  $y_{tr}[n] = 0$ ,  
 $y_{ss}[n] = \frac{3}{2} \cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{3}\right) u[n] - \frac{3}{2} \cos\left(\frac{\pi(n-2)}{2} + \frac{\pi}{3}\right) u[n - 2]$ ,  $y_{tr}[n] = \frac{5}{2} \delta[n] + \frac{5}{2} \delta[n - 1]$

**Άσκηση 3.**

Υπολογίστε τους μετασχ. Fourier των παρακάτω σημάτων, αν γνωρίζετε το ζεύγος

$$x[n] \longleftrightarrow X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} \quad (6)$$

- (α)  $x[2n + 1]$                       (γ)  $x[-2n]$                       (ε)  $x[n] * x[n - 1]$   
 (β)  $e^{j\pi n/2}x[n + 2]$                       (δ)  $x[n] \cos(\pi n/4)$                       (ς)  $x[n] * x[-n]$

Απ:

- (α)  $\frac{1}{1-ae^{-j\omega/2}}e^{j\omega/2}$                       (γ)  $\frac{1}{1-ae^{j\omega/2}}$                       (ε)  $\frac{1}{1-2ae^{-j\omega}+a^2e^{-j2\omega}}e^{-j\omega}$   
 (β)  $\frac{e^{j(2\omega-\pi)}}{1-jae^{-j\omega}}$                       (δ)  $\frac{1-a \cos(\pi/4)e^{-j\omega}}{1-2a \cos(\pi/4)e^{-j\omega}+a^2e^{-j2\omega}}$                       (ς)  $\frac{1}{1-2a \cos(\omega)+a^2}$

#### Άσκηση 4.

Χρησιμοποιώντας αποκλειστικά ιδιότητες και γνωστά ζεύγη μετασχ. Fourier, δείξτε ότι

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{|n|} \longleftrightarrow \frac{\frac{15}{16}}{\frac{17}{16} - \frac{1}{2} \cos(\omega)} \quad (7)$$

#### Άσκηση 5.

Έστω η είσοδος και η κρουστική απόκριση ενός συστήματος ως

$$x[n] = -3^n u[-n - 1], \quad h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \quad (8)$$

Υπολογίστε την έξοδο  $y[n]$  μέσω ιδιοτήτων και γνωστών ζευγών του μετασχ. Fourier.

$$\underline{\text{Απ:}} \quad y[n] = -\frac{1}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{6}{5} 3^n u[-n - 1]$$

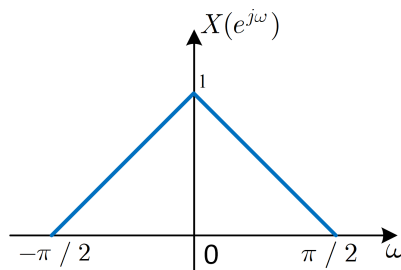
#### Άσκηση 6.

Το κέντρο βάρους (*center of gravity*) ενός σήματος  $x[n]$  ορίζεται ως

$$c = \frac{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} nx[n]}{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]} \quad (9)$$

(α) Βρείτε μια έκφραση του κέντρου βάρους με όρους μετασχ. Fourier  $x[n] \longleftrightarrow X(e^{j\omega})$ .

(β) Βρείτε το κέντρο βάρους για το σήμα  $x[n]$  με μετασχ. Fourier στο διάστημα  $(-\pi, \pi]$  όπως στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 6.

$$\underline{\text{Απ:}} \quad (\alpha) \quad c = \frac{j \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega} \Big|_{\omega=0}}{X(0)}, \quad (\beta) \quad c = 0$$