

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
 Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2018
Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού - Γ. Καφεντζής

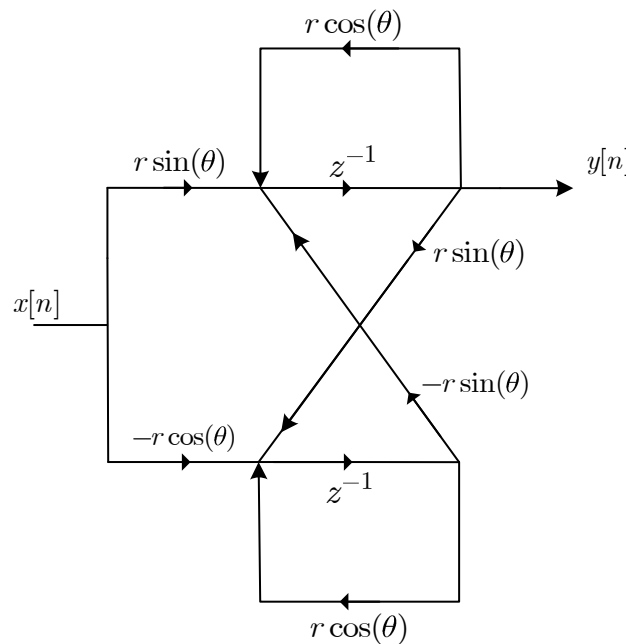
Τέταρτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 7/12/2018

Ημερομηνία Παράδοσης: 21/12/2018

Άσκηση 1.

Για το γράφο του Σχήματος 1, βρείτε την εξίσωση διαφορών που τον περιγράφει.



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 1.

$$\text{Απ.: } y[n] = r \sin(\theta)x[n - 1] + 2r \cos(\theta)y[n - 1] - r^2y[n - 2]$$

Άσκηση 2.

Έστω ένα ΓΧΑ σύστημα που περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών

$$y[n] = \frac{1}{4}y[n - 2] + x[n] \tag{1}$$

(α) Βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος.

(β) Βρείτε την έξοδο του συστήματος για είσοδο

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] \tag{2}$$

(γ) Σχεδιάστε την Direct Form II, την παράλληλη, και τη σειριακή υλοποίηση του συστήματος.

(δ) Σχεδιάστε χονδρικά την απόκριση πλάτους, $|H(e^{j\omega})|$, του συστήματος.

$$\text{Απ.: (β)} \quad y[n] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{2}\right)^n + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right] u[n]$$

Άσκηση 3.

Βρείτε τους συντελεστές του συστήματος FIR γραμμικής φάσης

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2] \quad (3)$$

με $b_0, b_1, b_2 \neq 0$, τέτοιο ώστε

(α) Αποκόπτει πλήρως μια συχνότητα $\omega_0 = 2\pi/3$.

(β) $H(e^{j0}) = 1$

Υπολογίστε την απόκριση πλάτους και την απόκριση φάσης του.

$$\text{Απ.: } H(e^{j\omega}) = \frac{1}{3}e^{-j\omega}(1 + 2\cos(\omega))$$

Άσκηση 4.

Στην 23η διάλεξη, αποδείξαμε στην τάξη τη σχέση

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M/2-1} h[k](x[n-k] + x[n-M+k]) + h[M/2]x[n-M/2] \quad (4)$$

για τα Τύπου I συστήματα γραμμικής φάσης. Αποδείξτε εσείς τη σχέση

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\frac{M-1}{2}} h[k](x[n-k] - x[n-M+k]) \quad (5)$$

για τα συστήματα Τύπου IV.

Άσκηση 5.

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Impulse Invariance για να μεταφέρετε το ΓΧΑ σύστημα

$$H(s) = \frac{(s+2)}{(s+1)(s+3)}, \quad \Re\{s\} > -1 \quad (6)$$

στο χώρο του Μετασχ. Ζ. Γράψτε ρητά όλους τους πόλους και όλα τα μηδενικά του συστήματος $H(s)$, καθώς και τους πόλους και τα μηδενικά του συστήματος $H(z)$.

$$\text{Απ.: } H(z) = \frac{1 - e^{-2T_d} \cosh(T_d)z^{-1}}{(1 - e^{-T_d}z^{-1})(1 - e^{-3T_d}z^{-1})}$$

Άσκηση 6.

Έστω το φίλτρο γραμμικής φάσης

$$H_1(z) = 1 - z^{-1} \quad (7)$$

(α) Γράψτε την απόκριση συχνότητας $H_1(e^{j\omega})$ ως

$$H_1(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{j\phi(e^{j\omega})} \quad (8)$$

με $A(e^{j\omega})$ μια πραγματική συνάρτηση του ω .

(β) Το σύστημα $H_1(z)$ συνδέεται σε σειρά με ένα σύστημα γενικευμένης γραμμικής φάσης $H_2(e^{j\omega}) = A_2(e^{j\omega})e^{-j\omega M/2}$, τύπου II. Δείξτε ότι το συνολικό σύστημα είναι γραμμικής φάσης τύπου III.

Άσκηση 7.

Βρείτε την καθυστέρηση ομάδας στο διάστημα $[0, \pi)$ για κάθε ένα από τα παρακάτω σήματα:

$$x_1[n] = \begin{cases} n - 1, & 1 \leq n \leq 5 \\ 9 - n, & 5 < n \leq 9 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (9)$$

και

$$x_2[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} \quad (10)$$

Για να βοηθηθείτε, σχεδιάστε τα σήματα στο πεδίο του χρόνου.

$$\text{Απ.: } \text{grd}[X_1(e^{j\omega})] = 5, \text{ } \text{grd}[X_2(e^{j\omega})] = \frac{1}{2}$$

Άσκηση 8.

Δείξτε ότι ένα σύστημα με μιγαδική κρουστική απόκριση $h[n]$ έχει γενικευμένη γραμμική φάση αν

$$h[n] = \pm h^*[N - n] \quad (11)$$

με $N + 1$ τη διάρκεια του σήματος.