

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2016
Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού - Γ. Καφεντζής

Πέμπτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 16/12/2016

Ημερομηνία Παράδοσης: Ημέρα Εξέτασης

Άσκηση 1.

Δείξτε ότι ένα σύστημα με μιγαδική κρουστική απόκριση $h[n]$ έχει γενικευμένη γραμμική φάση αν

$$h[n] = \pm h^*[N - n] \quad (1)$$

με $N + 1$ τη διάρκεια του σήματος.

Άσκηση 2.

Δείξτε ότι ο μετασχ. Z του σήματος

$$x[n] = |n| \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} \quad (2)$$

είναι

$$X(z) = \frac{\frac{5}{8}z + \frac{5}{8}z^{-1} - 1}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}z\right)^2} \quad (3)$$

με πεδίο σύγκλισης $\frac{1}{2} < |z| < 2$.

Άσκηση 3.

Θεωρώντας ένα ιδανικό ζωνοπερατό φίλτρο, η συχνотική απόκριση του οποίου είναι η

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & |\omega| \leq \frac{\pi}{8} \\ 1, & \frac{\pi}{8} \leq |\omega| < \frac{3\pi}{8} \\ 0, & \frac{3\pi}{8} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (4)$$

να βρείτε την κρουστική του απόκριση $h[n]$ και να δείξετε πως αυτή μπορεί να υπολογιστεί ως το γινόμενο του όρου $\cos(\pi n/4)$ επί την κρουστική απόκριση ενός ιδανικού χαμηλοπερατού φίλτρου.

Άσκηση 4.

Έστω η κρουστική απόκριση $h[n]$ ενός ΓΧΑ συστήματος

$$h[n] = a^{-n}u[-n] - a^n u[n], \quad 0 < a < 1 \quad (5)$$

(α) Σχεδιάστε το σήμα στο χαρτί.

(β) Δείξτε ότι η απόκριση σε συχνότητα είναι της μορφής

$$H(e^{j\omega}) = j \frac{2a \sin(\omega)}{(1 + a^2) - 2a \cos(\omega)} \quad (6)$$

(γ) Βρείτε τη συνάρτηση φάσης στο διάστημα $[-\pi, \pi)$, καθώς και την καθυστέρηση ομάδας στο ίδιο διάστημα.

(δ) Αναμένετε τα αποτελέσματα του προηγούμενου ερωτήματος με βάση τη μορφή του σήματος; Σχολιάστε.

Άσκηση 5.

Δείξτε ότι η καθυστέρηση ομάδας $\tau(\omega)$ ενός ΓΧΑ συστήματος με απόκριση σε συχνότητα $H(e^{j\omega})$ μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\tau(\omega) = \frac{\Re\{H(e^{j\omega})\}\Re\{G(e^{j\omega})\} + \Im\{H(e^{j\omega})\}\Im\{G(e^{j\omega})\}}{|H(e^{j\omega})|^2} \quad (7)$$

όπου $G(e^{j\omega})$ ο μετασχ. Fourier του σήματος $g[n] = nh[n]$, με την $h[n]$ να είναι η κρουστική απόκριση του συστήματος. Επαληθεύστε την πιο πάνω σχέση βρίσκοντας την καθυστέρηση ομάδας αναλυτικά και από την παραπάνω σχέση για το σήμα $h[n] = (1/3)^n u[n]$.

Άσκηση 6.

Να αποδείξετε ότι ο αντίστροφος μετασχ. Fourier του σήματος $X(e^{j\omega}) = |\omega|$, $-\pi \leq \omega \leq \pi$ είναι

$$x[n] = \frac{(-1)^n - 1}{\pi n^2} \quad (8)$$

Άσκηση 7.

Βρείτε την καθυστέρηση ομάδας στο διάστημα $[0, \pi)$ για κάθε ένα από τα παρακάτω σήματα:

$$x_1[n] = \begin{cases} n - 1, & 1 \leq n \leq 5 \\ 9 - n, & 5 < n \leq 9 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (9)$$

και

$$x_2[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|} + \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} \quad (10)$$