

Σχήμα 2: Γράφος Συστήματος Άσκησης 2.

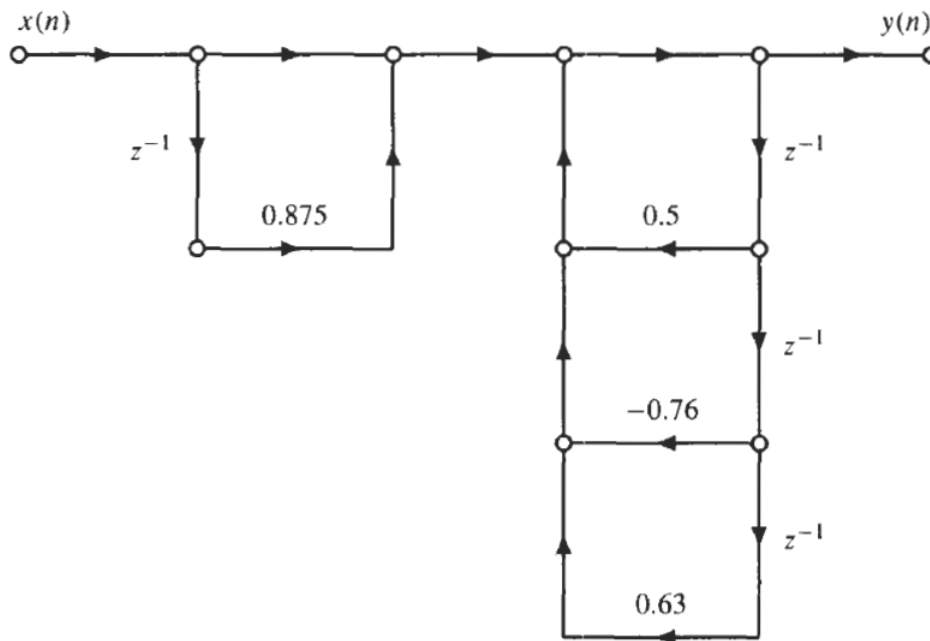
**Άσκηση 3.**

Έστω το αιτιατό ΓΧΑ σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \frac{1 + \frac{7}{8}z^{-1}}{1 - 0.5z^{-1} + 0.76z^{-2} - 0.63z^{-3}} \quad (5)$$

Σχεδιάστε τους παρακάτω γράφους:

(α) Για τον Direct Form I γράφο, δείτε το Σχήμα 3.



Σχήμα 3: Γράφος Συστήματος Άσκησης 3α.

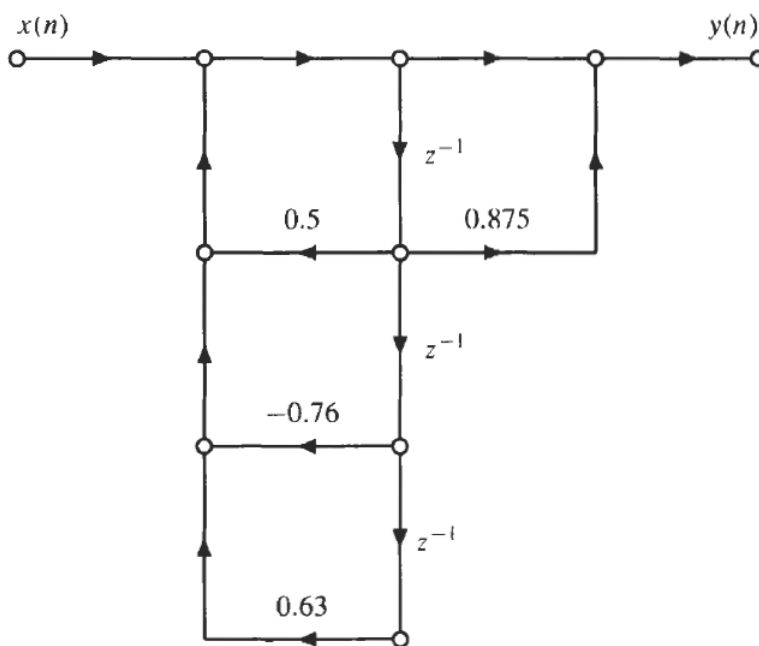
(β) Για τον Direct Form II γράφο, δείτε το Σχήμα 4.

(γ) Για την πρώτη υλοποίηση σε σειρά, πρέπει να γράψουμε το σύστημά μας ως

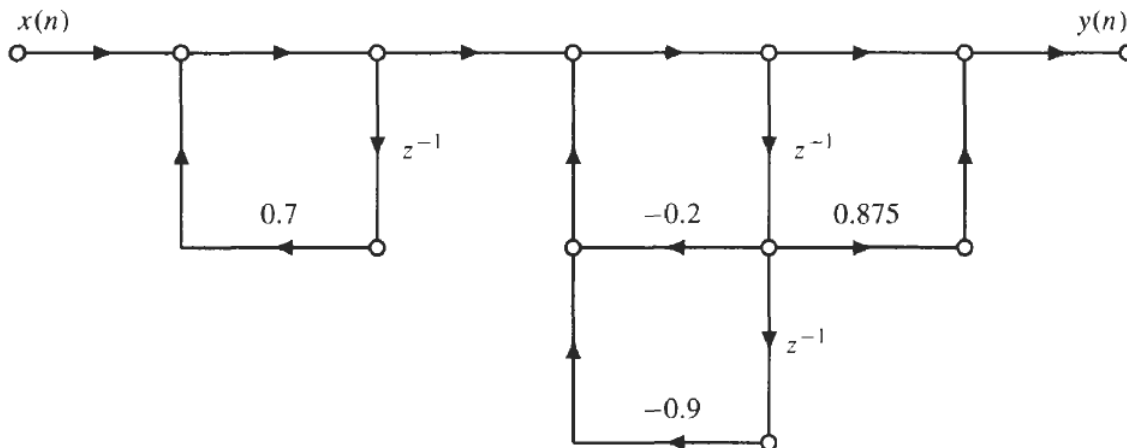
$$H(z) = \frac{1 + \frac{7}{8}z^{-1}}{(1 + 0.2z^{-1} + 0.9z^{-2})(1 - 0.7z^{-1})} \quad (6)$$

Δείτε το Σχήμα 5.

(δ) Για τη δεύτερη υλοποίηση σε σειρά, δείτε το Σχήμα 6.



Σχήμα 4: Γράφος Συστήματος Άσκησης 36.



Σχήμα 5: Γράφος Συστήματος Άσκησης 3γ.

(ε) Για την παράλληλη υλοποίηση, θα πρέπει να γράψουμε το  $H(z)$  ως

$$H(z) = \frac{1 + \frac{7}{8}z^{-1}}{(1 + 0.2z^{-1} + 0.9z^{-2})(1 - 0.7z^{-1})} \quad (7)$$

$$= \frac{A + Bz^{-1}}{1 + 0.2z^{-1} + 0.9z^{-2}} + \frac{C}{1 - 0.7z^{-1}} \quad (8)$$

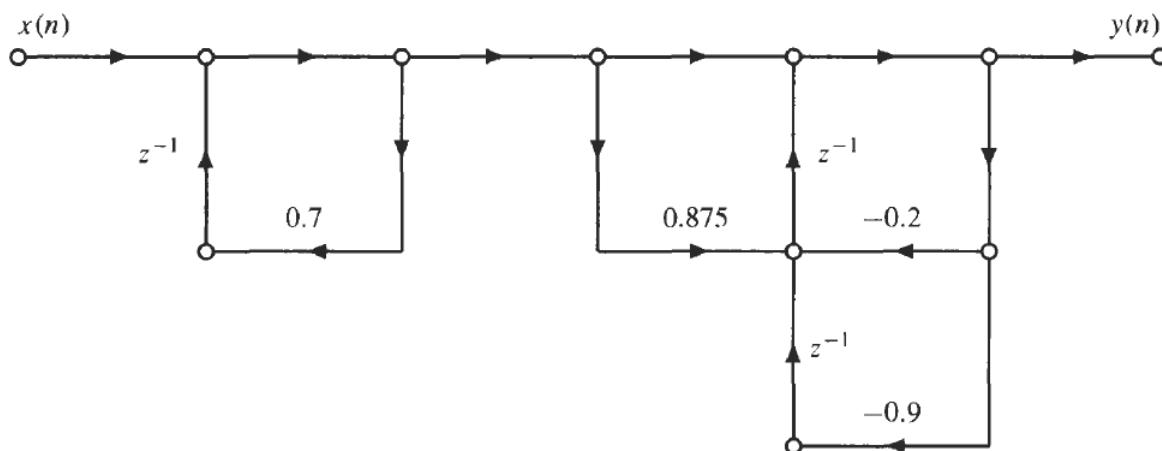
$$= \frac{(A + C) + (B + 0.2C - 0.7A)z^{-1} + (0.9C - 0.7B)z^{-2}}{(1 + 0.2z^{-1} + 0.9z^{-2})(1 - 0.7z^{-1})} \quad (9)$$

Εξισώνοντας την παραπάνω σχέση με την αρχική, παίρνουμε

$$A = 0.2794 \quad (10)$$

$$B = 0.9265 \quad (11)$$

$$C = 0.7206 \quad (12)$$

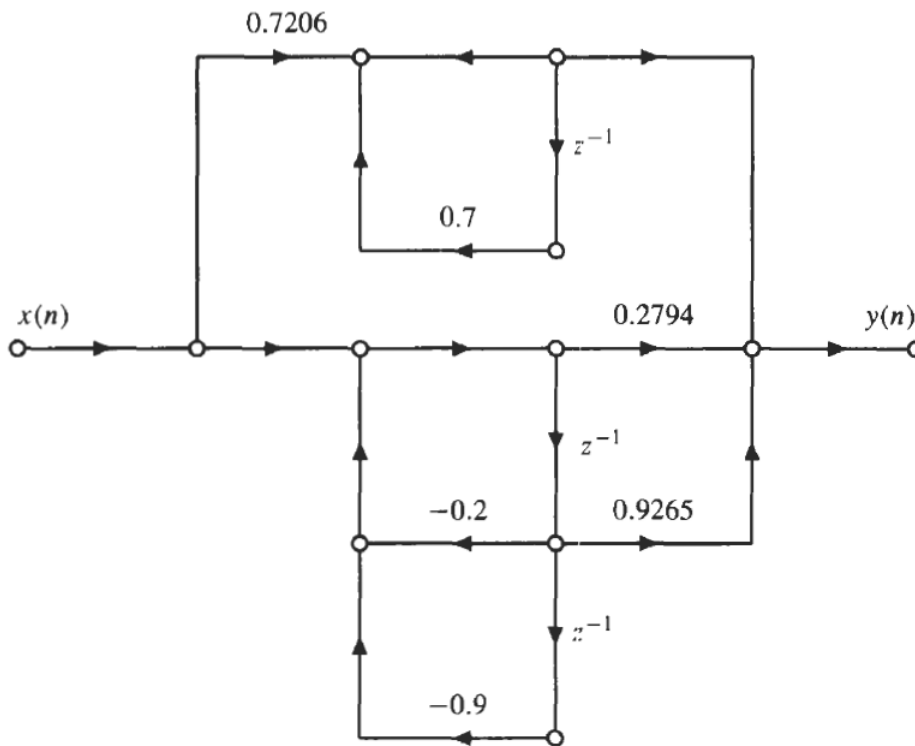


Σχήμα 6: Γράφος Συστήματος Άσκησης 3δ.

και έτσι

$$H(z) = \frac{0.2794 + 0.9265z^{-1}}{1 + 0.2z^{-1} + 0.9z^{-2}} + \frac{0.7206}{1 - 0.7z^{-1}} \quad (13)$$

που μας δίνει απευθείας το γράφο του Σχήματος 7.



Σχήμα 7: Γράφος Συστήματος Άσκησης 3ε.

**Άσκηση 4.**

Για να υλοποιηθεί κανείς ένα σύστημα ως παράλληλη μορφή από πρωτοβάθμια υποσυστήματα θα πρέπει να το εκφράσει ως πρωτοβάθμιους όρους μέσω αναπτύγματος σε μερικά κλάσματα. Επειδή η τάξη του αριθμητή είναι ίση με αυτή του παρονομαστή, θα πρέπει να διαιρέσουμε τα πολυώνυμα. Από τη διαίρεση προκύπτει ότι

$$H(z) = 8 + \frac{8 + 7z^{-1}}{1 + \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{1}{8}z^{-2}} = 8 + \frac{8 + 7z^{-1}}{(1 - \frac{1}{4}z^{-1})(1 + \frac{1}{2}z^{-1})} \quad (14)$$

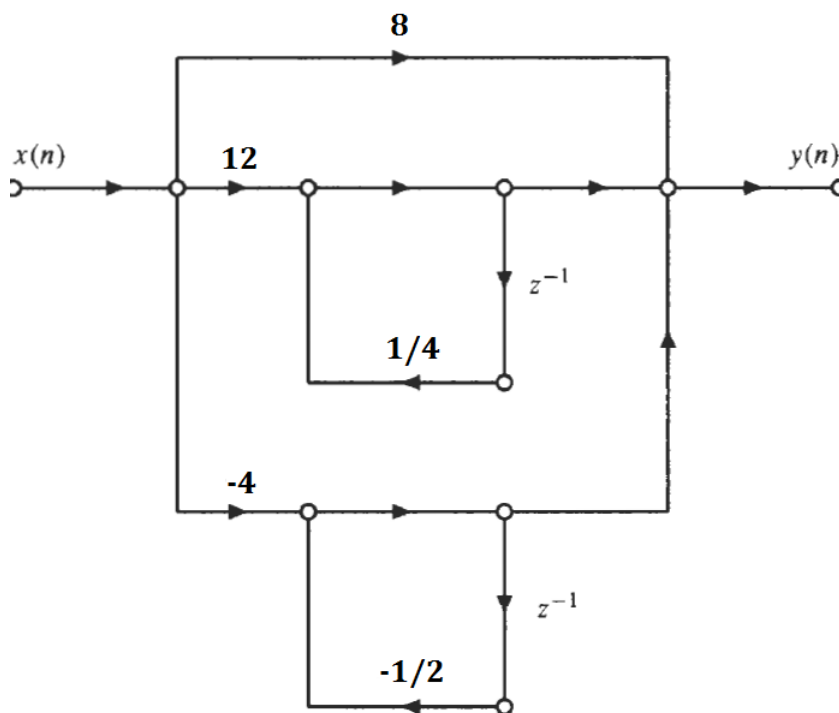
Αναπτύσσοντας σε μερικά κλάσματα, έχουμε

$$H(z) = 8 + \frac{A}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}} + \frac{B}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}} \quad (15)$$

με  $A = 12$ ,  $B = -4$ . Άρα

$$H(z) = 8 + \frac{12}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}} - \frac{4}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}} \quad (16)$$

Η παράλληλη μορφή φαίνεται στο Σχήμα 8.



Σχήμα 8: Γράφος Συστήματος Άσκησης 4.

**Άσκηση 5.**

Θέτοντας κατάλληλες ενδιάμεσες μεταβλητές όπως στο Σχήμα 9, έχουμε:

$$u_1[n] = x[n - 2] + au_2[n] \quad (17)$$

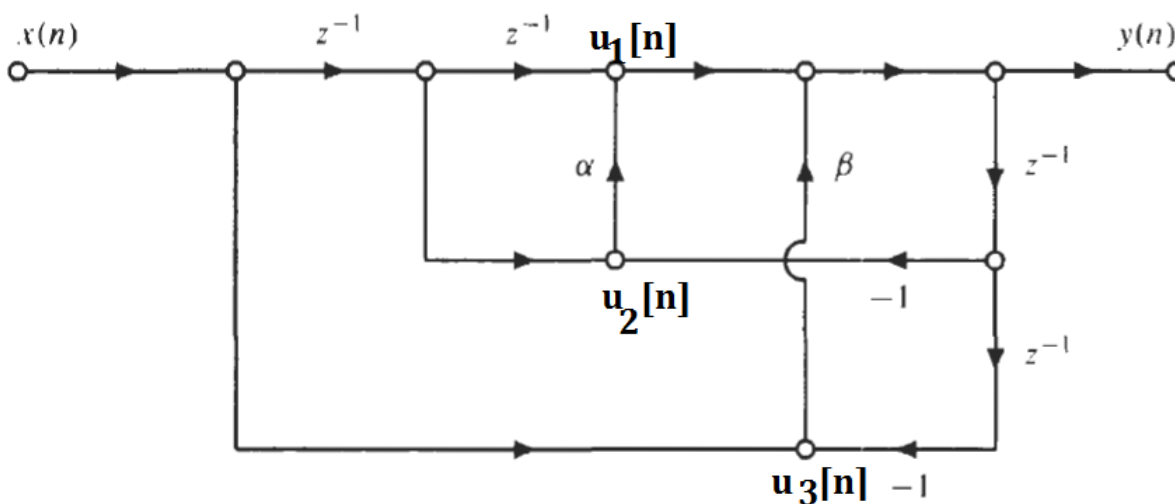
$$u_2[n] = x[n - 1] - y[n - 1] \quad (18)$$

$$u_3[n] = x[n] - y[n - 2] \quad (19)$$

$$y[n] = u_1[n] + \beta u_3[n] \quad (20)$$

και με αντικατάσταση (είτε στο χρόνο είτε μέσω μετασχ. Z) καταλήγουμε στο

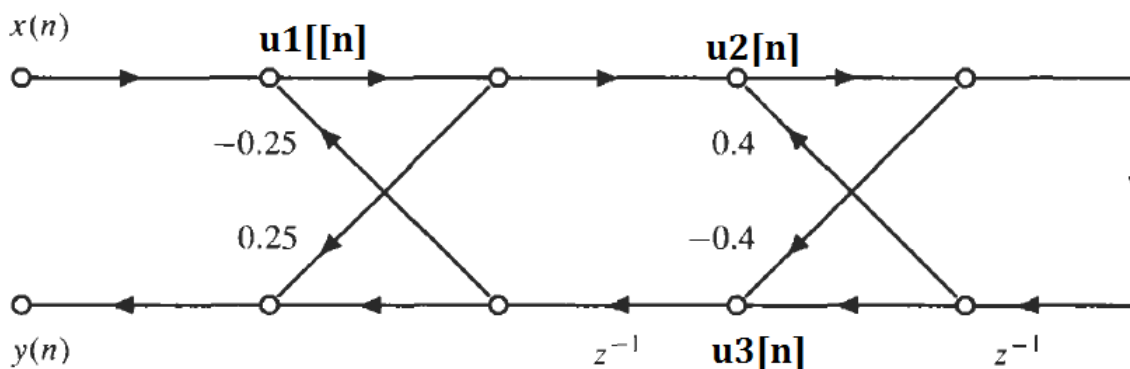
$$y[n] + ay[n - 1] + \beta y[n - 2] = \beta x[n] + ax[n - 1] + x[n - 2] \quad (21)$$



Σχήμα 9: Γράφος Άσκησης 5.

**Άσκηση 6.**

Θέτοντας ενδιάμεσες μεταβλητές όπως στο Σχήμα 10, έχουμε



Σχήμα 10: Γράφος Άσκησης 6.

$$u_1[n] = x[n] - \frac{1}{4}u_3[n-1] \quad (22)$$

$$u_2[n] = u_1[n] + \frac{2}{5}u_2[n-1] \quad (23)$$

$$u_3[n] = u_2[n-1] - \frac{2}{5}u_2[n] \quad (24)$$

$$y[n] = \frac{1}{4}u_1[n] + u_3[n-1] \quad (25)$$

οι οποίες στο χώρο του  $Z$  γράφονται ως

$$U_1(z) = X(z) - \frac{1}{4}U_3(z)z^{-1} \quad (26)$$

$$U_2(z) = U_1(z) + \frac{2}{5}z^{-1}U_2(z) \quad (27)$$

$$U_3(z) = z^{-1}U_2(z) - \frac{2}{5}U_2(z) \quad (28)$$

$$Y(z) = \frac{1}{4}U_1(z) + z^{-1}U_3(z) \quad (29)$$

Με αντικατάσταση και λύση ως προς  $Y(z)/X(z)$  έχουμε ότι

$$H(z) = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}z^{-1} + z^{-2}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}} \quad (30)$$