

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
Χειμερινό Εξάμηνο 2016
Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού - Γ. Καφεντζής

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 14/11/2016

Ημερομηνία Παράδοσης: 29/11/2016

Άσκηση 1.

Ελέγξτε αν τα παρακάτω συστήματα είναι (α) ευσταθή και αιτιατά και (β) ελάχιστης φάσης.

i.
$$H(z) = \frac{2z + 3}{z^2 + z - \frac{5}{16}}$$

ii.
$$y[n] - 2y[n-2] = x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

Άσκηση 2.

Για καθένα από τα παρακάτω συστήματα, βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του αντιστρόφου συστήματος, και καθορίστε αν το αντίστροφο σύστημα είναι ευσταθές και αιτιατό.

i.
$$H(z) = \frac{1 - 8z^{-1} + 16z^{-2}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}}$$

ii.
$$h[n] = 10\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n-1] - 30\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n-1]$$

iii.
$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n]$$

Άσκηση 3.

Ένα σύστημα περιγράφεται από μια ρητή συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ και ικανοποιεί τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Το σύστημα είναι αιτιατό.
- Το $h[n]$ είναι πραγματικό.
- Το $H(z)$ έχει έναν πόλο στη θέση $z_p = j/2$ και ακριβώς ένα μηδενικό z_0 ($z_0 \neq 0$).
- Το αντίστροφο σύστημα έχει δυο μηδενικά.
- $H(z)\Big|_{z=3} = 0$
- $\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega})d\omega = 4\pi$

Απαντήστε στα παρακάτω:

- Είναι το σύστημα ευσταθές;
- Είναι το αντίστροφο σύστημα ευσταθές και αιτιατό;
- Βρείτε το $h[n]$.

iv. Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του αντιστρόφου συστήματος.

Άσκηση 4.

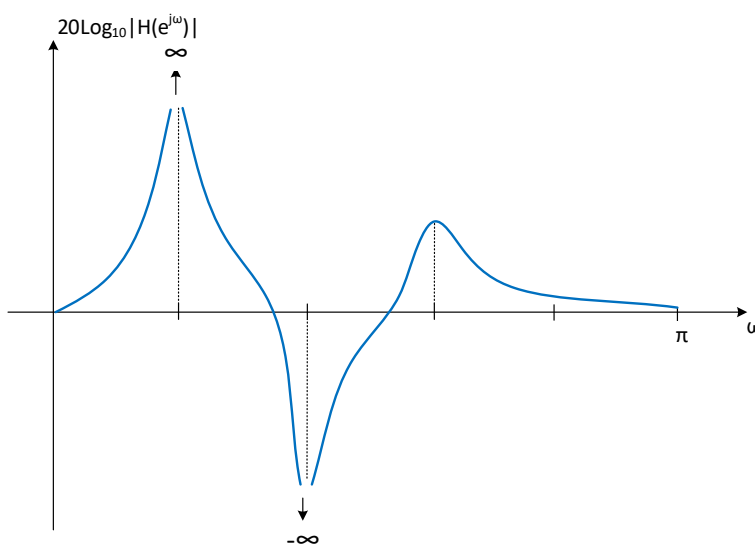
Παραγοντοποιήστε τα παρακάτω συστήματα σε γινόμενο συστημάτων ελάχιστης φάσης και all-pass.

i.
$$H_1(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}$$

ii.
$$H_2(z) = \frac{(1 + 3z^{-1})(1 - \frac{1}{2}z^{-1})}{z^{-1}(1 + \frac{1}{3}z^{-1})}$$

Άσκηση 5.

Θεωρήστε το αιτιατό ΓΧΑ σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ και πραγματική κρουστική απόκριση $h[n]$. Αν εκτιμήσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ επάνω στο μοναδιαίο κύκλο, παίρνουμε το Σχήμα 1. Προσέξτε ότι ο κατακόρυφος άξονας είναι σε λογαριθμική κλίμακα (dB), και λάβετε υπόψη τη βαθμονόμηση του άξονα των συχνοτήτων.



Σχήμα 1: Σχήμα Άσκησης 5.

- i. Σχεδιάστε προσεκτικά ένα διάγραμμα πόλων-μηδενικών της $H(z)$, δείχνοντας όλη την πληροφορία για τους πόλους και τα μηδενικά που μπορεί να εξαχθεί από το σχήμα. Λάβετε υπόψη σας τη συμπεριφορά πόλων και μηδενικών όταν λογαριθμίζονται.
- ii. Τι μπορεί να πει κανείς για τη διάρκεια της κρουστικής απόκρισης;
- iii. Είναι η φάση του $H(e^{j\omega})$ γραμμική;
- iv. Είναι το σύστημα ευσταθές;

Άσκηση 6.

Ένα αιτιατό ΓΧΑ σύστημα έχει την ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(z) = \frac{(1 + 0.5z^{-1})(1 - 4z^{-2})}{(1 + 0.36z^{-2})}$$

- i. Είναι το σύστημα ευσταθές;
- ii. Παραγοντοποιήστε το παραπάνω σύστημα σε ένα σύστημα ελάχιστης φάσης $H_{min}(z)$ επί ένα all-pass σύστημα $H_{ap}(z)$.