

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος - Χειμερινό Εξάμηνο 2014
Διδάσκων: Ι. Στυλιανού

ΤΡΙΤΗ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Παράδοση 17/11/2014.

1. Ένα αιτιατό ΓΧΑ σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{(1 + \frac{1}{2}z^{-1})(1 - z^{-1})} \quad (1)$$

(α) Βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος $h[n]$. (Σκεφτείτε έξυπνα: αντικαταστήστε την διαίρεση πολυωνύμων με 'έξυπνο' σπάσιμο).

(β) Βρείτε την έξοδο του συστήματος για είσοδο $x[n] = e^{j\pi n/2}$

2. Για κάθε ένα από τα ακόλουθα ζεύγη μετασχηματισμού Z , εισόδου $X(z)$ και συνάρτησης μεταφοράς $H(z)$, να εκτιμήσετε το πεδίο σύγκλισης του μετασχηματισμού Z της εξόδου του συστήματος, $Y(z)$

(α)

$$X(z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{4} \quad (3)$$

(β)

$$X(z) = \frac{1}{1 - 2z^{-1}}, |z| < 2 \quad (4)$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{3} \quad (5)$$

(γ)

$$X(z) = \frac{1}{(1 - \frac{1}{5}z^{-1})(1 + 3z^{-1})}, \frac{1}{5} < |z| < 3 \quad (6)$$

$$H(z) = \frac{1 + 3z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{3} \quad (7)$$

3. Το διάγραμμα πόλων-μηδενικών που απεικονίζεται στο Σχήμα 1 αντιστοιχεί στον μετασχηματισμό Z , $X(z)$, μιας αιτιατής ακολουθίας $x[n]$. Σχεδιάστε το διάγραμμα πόλων - μηδενικών του $Y(z)$, όπου $y[n] = x[-n + 3]$. Επίσης βρείτε το νέο πεδίο σύγκλισης του $Y(z)$.
4. Αν $X(Z)$ είναι ο μετασχηματισμός Z του $x[n] = x_R[n] + jx_I[n]$ να δείξετε χρησιμοποιώντας τον ορισμό του μετασχηματισμού Z ότι:

- (α) $x^*[n] \xleftrightarrow{Z} X^*(z^*)$
 (β) $x[-n] \xleftrightarrow{Z} X(1/z)$
 (γ) $x_R[n] \xleftrightarrow{Z} \frac{1}{2}[X(z) + X^*(z^*)]$
 (δ) $x_I[n] \xleftrightarrow{Z} \frac{1}{2j}[X(z) - X^*(z^*)]$

5. Το σήμα $y[n]$ είναι η έξοδος ενός ΓΧΑ συστήματος με κρουστική απόκριση $h[n]$ για είσοδο $x[n]$. Θεωρείστε ότι το $y[n]$ είναι ευσταθές και έχει μετασχηματισμό Z, $Y(z)$ με διάγραμμα πόλων-μηδενικών που φαίνεται στο Σχήμα 2. Το σήμα $x[n]$ είναι και αυτό ευσταθές και έχει διάγραμμα πόλων-μηδενικών που φαίνεται στο Σχήμα 3. Να απαντήσετε στα παρακάτω:

- (α) Ποιό είναι το πεδίο σύγκλισης του $Y(z)$;
 (β) Το σήμα $y[n]$ είναι αριστερόπλευρο, δεξιόπλευρο ή αμφίπλευρο;
 (γ) Ποιό είναι το πεδίο σύγκλισης του $X(z)$;
 (δ) Είναι η ακολουθία $x[n]$ αιτιατή;
 (ε) Βρείτε το $x[0]$ χρησιμοποιώντας το θεώρημα αρχικών τιμών $\lim_{z \rightarrow \infty} X(z) = x[0]$
 (ς) Σχεδιάστε το διάγραμμα πόλων-μηδενικών της συνάρτησης μεταφοράς $H(z)$ και εκτιμήστε το πεδίο σύγκλισης.
 (ζ) Είναι το σύστημα $h[n]$ αντι-αιτιατό;

6. Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Z

(α)

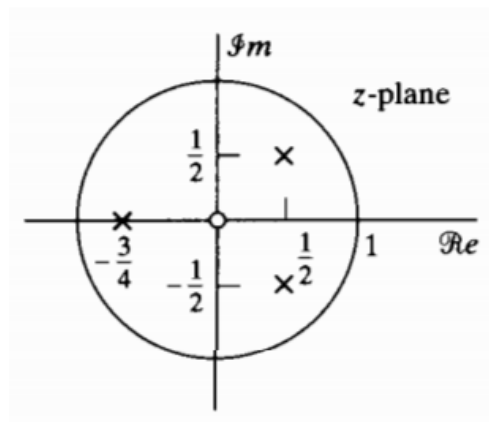
$$H(z) = \frac{z^5 - 4z^2 + 1}{z^4 + 2z^3 - 7z^2 - 8z + 12} \quad (8)$$

(β)

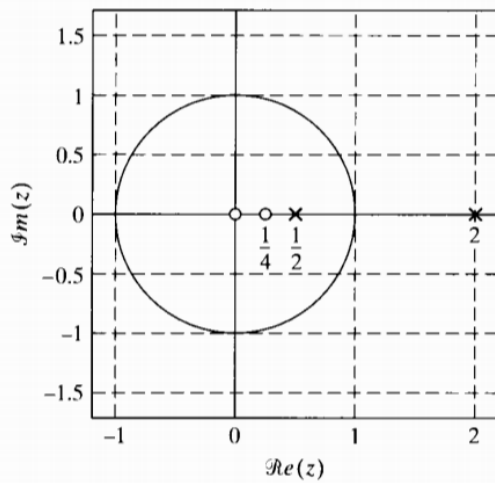
$$H(z) = \frac{2}{1 + z^{-4}} \quad (9)$$

(γ)

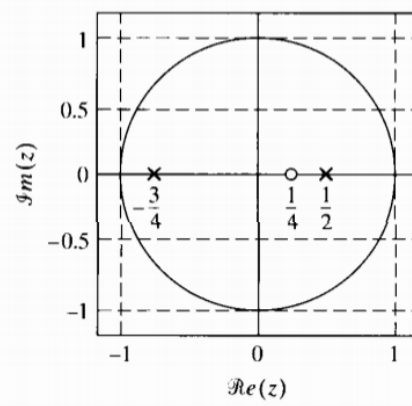
$$H(z) = \frac{2z}{(z^2 + 4z + 4)(z - 2 + j)} \quad (10)$$



Σχήμα 1: Διάγραμμα άσκησης 3



Σχήμα 2



Σχήμα 3

Διαγράμματα άσκησης 4