ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος - Χειμερινό Εξάμηνο 2014
Διδάσκων: Ι. Στυλιανού

ΠΡΩΤΗ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Παράδοση 22/10/2014.

1. Για το Σχήμα 1:

   (α΄) Να βρεθεί η συνέλιξη του $x[n]$ με το $h[n]$, αν $h[n]$ είναι η κρουστική απόκριση ενός ΓΧΑ συστήματος.

   (β΄) Να σχεδιαστεί για την περίπτωση (d):

   i. $h[n-2]$
   ii. $h[4-n]$
   iii. $h[2n]$
   iv. $h[n]u[2-n]$
   v. $h[n-1]\delta[n-2]$
   vi. $h[n-1] \star \delta[n-2]$

2. Να εξετάσετε αν τα παρακάτω συστήματα είναι:

   (α΄) Γραμμικά

   (β΄) Αιτιατά

   (γ΄) Χρονικά αμετάβλητα

   (δ΄) Ευσταθή

   i. $y[n] = g[n]x[n]$, $g[n]$ δοσμένη συνάρτηση
   ii. $y[n] = \sum_{k=n_0}^{n} x[k]$
   iii. $y[n] = e^{x[n]}$
   iv. $y[n] = x[n] + 3u[n+1]$

3. Ενα σήμα είναι περιοδικό, εφόσον μπορεί να γραφτεί στην μορφή $x[n] = x[n+N]$, N ακέραιος.Εξετάστε αν τα κάτωθι σήματα είναι περιοδικά:

   (α΄) $x[n] = e^{j(\pi\frac{n}{6}+\frac{\pi}{3})}$

   (β΄) $x[n] = e^{j3\pi\frac{n}{4}}$

   (γ΄) $x[n] = \frac{sin\left(\frac{\pi n}{5}\right)}{\pi n}$

   (δ΄) $x[n] = e^{\frac{j\pi n}{\sqrt{2}}}$

4. (α΄) Ισχύει

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k = \frac{1}{1-\alpha}, |\alpha| < 1$$
$$\sum_{k=N_1}^{N_2} \alpha^k = \frac{\alpha^{N_1} - \alpha^{N_2+1}}{1-\alpha}, \alpha \neq 1$$

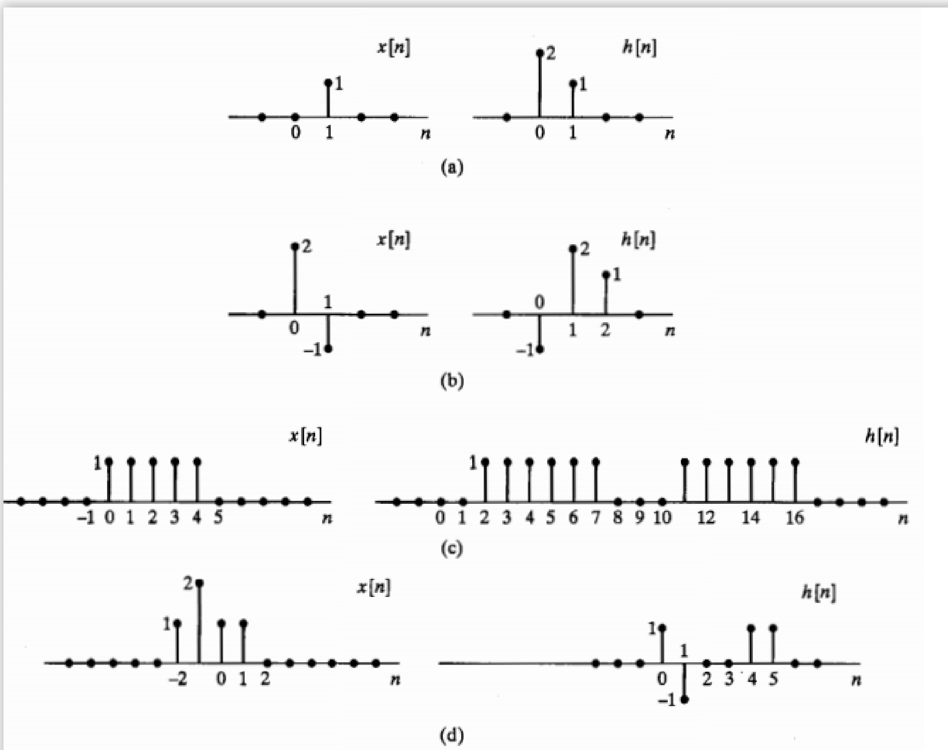
Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις αυτές να υπολογίσετε:

i. $\sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$
ii. $\sum_{k=-\infty}^{0} 2^k$
iii. $\sum_{k=-2}^{k=\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$
iv. $\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k u[k]$
v. $\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k u[k+2]$
vi. $\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} 2^k u[-k]$

(β΄) Να δειχθεί ότι:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \alpha^k u[k] u[n-k-2] = \frac{1-\alpha^{n-1}}{1-\alpha}, n \geq 2$$

(γ΄) Να βρεθεί η συνέλιξη $x[n] = \alpha^n u[n], |\alpha| < 1$ και $u[n] = u[n-2]$.
(hint: Χρησιμοποιήστε τον ορισμό της συνέλιξης)



Σχήμα 1