

Άσκηση πάνω στο Ethernet

Ερώτημα

Έχουμε ένα δίκτυο με σύνδεση Ethernet, όπου θέλουν να μεταδώσουν μόνο δύο συσκευές, η συσκευή A, τα frames A1, και A2, και η συσκευή B, τα frames B1 και B2. Θεωρούμε ότι τα frames έχουν τέτοιο μέγεθος, ώστε το κάθε frame να μπορεί να μεταδοθεί σε ένα slot. Οι A και B ξεκινούν ταυτόχρονα την μετάδοση του A1 και B1, αντίστοιχα, και βέβαια συμβαίνει σύγκρουση (collision). Δεδομένου ότι συμβαίνει αυτό το collision, με ποιά πιθανότητα οι συσκευές A και B θα μεταδώσουν τα frames επιτυχημένα με την σειρά A1, A2, B1, B2 και με την ελάχιστη δυνατή καθυστέρηση?

Απάντηση

Δεδομένου ότι οι δύο συσκευές A και B έχουν επιχειρήσει μια μετάδοση των πλαισίων (frame) τους και έχει συμβεί ένα collision, ανιχνεύουν αυτό το collision και εισέρχονται και οι δύο, σε μια φάση εκθετικής καθυστέρησης (exponential backoff). Η συσκευή A που θέλει να αποστείλει το frame A1 μπαίνει σε backoff, επιλέγοντας πρώτα μια τιμή από το σύνολο $\{0,1\}$, με ομοιόμορφη κατανομή, και περιμένοντας για χρονικό διάστημα $t_1 = K \cdot \tau$, όπου τ είναι ο χρόνος της χρονοθυρίδας και K ο αριθμός που επιλέγει. Παρόμοια ο κόμβος B μπαίνει κι αυτό σε backoff αφού επιλέξει μια τιμή με τυχαίο τρόπο, χρησιμοποιώντας την ομοιόμορφη κατανομή από το σύνολο $\{0,1\}$.

Ορίζουμε το γεγονός $E_{i,p}(t) = "$ η συσκευή i στέλνει το frame p τη χρονική στιγμή $t"$.

Ενδιαφερόμαστε να υπολογίσουμε την πιθανότητα που θα συμβεί το γεγονός $E = "E_{A,A1}(t_1)$ και $E_{A,A2}(t_2)$ και $E_{B,B1}(t_3)$ και $E_{B,B2}(t_4)$, και $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ και t_1 και t_2 και t_3 και t_4 είναι τα ελάχιστα δυνατά", όπου

t_1 χρονική στιγμή όπου ξεκινά η μετάδοση του πλαισίου A1,
 t_2 χρονική στιγμή όπου ξεκινά η μετάδοση του πλαισίου A2,
 t_3 χρονική στιγμή όπου ξεκινά η μετάδοση του πλαισίου B1
 t_4 χρονική στιγμή όπου ξεκινά η μετάδοση του πλαισίου B2

Αφού θα πρέπει τα frames να σταλθούν με την σειρά A1, A2, B1, B2 με την ελάχιστη δυνατή καθυστέρηση, το πλαίσιο A1 πρέπει να σταλθεί πρώτα και μετά το πλαίσιο B1. Οπότε η συσκευή A θα πρέπει να επιλέξει το 0 από το backoff παράθυρο (το οποίο συμβαίνει με πιθανότητα $\frac{1}{2}$), και να μεταδώσει τη χρονική στιγμή t_1 και η συσκευή B θα πρέπει να επιλέξει το 1 από το backoff παράθυρο (που συμβαίνει με πιθανότητα $\frac{1}{2}$), και να μεταδώσει τη χρονική στιγμή $t_1' = t_1 + 1$.

Σε κάθε άλλη περίπτωση διαφορετικής επιλογής δεν θα ικανοποιούνται τα δύο κριτήρια:

(α) της σειράς A1, A2, B1, και B2 ($t_1 < t_2 < t_3 < t_4$)

(β) του ελάχιστου χρόνου (το κάθε ένα από τα t_1, t_2, t_3 , και t_4 είναι τα μικρότερα δυνατά).

Συγκεκριμένα, εάν οι συσκευές A και B επιλέξουν και οι δύο το 0 ή το 1, θα συμβεί ξανά σύγκρουση, με αποτέλεσμα να έχουμε μια παραπάνω καθυστέρηση, και επομένως να μην ικανοποιείται το δεύτερο κριτήριο (του ελάχιστου χρόνου).

Ενώ αν η A επιλέξει το 1 και η B το 0, τότε δεν θα συμβεί σύγκρουση, θα μπορούσε να ικανοποιείται το κριτήριο του ελάχιστου χρόνου, αλλά δεν θα ικανοποιούνταν το κριτήριο της σειράς.

Επομένως, θα χρειαστεί να συμβούν τα παρακάτω γεγονότα: $E_{A,A1}(t1)$ και $E_{B,B1}(t1')$.

Επιπλέον, μόλις η συσκευή A μεταδώσει το A1, θα προετοιμαστεί για τη μετάδοση του A2 και θα μηδενίσει το backoff του παράθυρο. Τη χρονική στιγμή λοιπόν $t1'=t1+1$ θα ξεκινήσει να μεταδίδει το A2. Ωστόσο τότε κι ο B θα μεταδίδει το B1 και θα συμβεί σύγκρουση. Η σύγκρουση θα γίνει αντιληπτή, και ο A θα ετοιμάσει να ξαναμεταδώσει το πλαίσιο, επιλέγοντας μια τιμή για το backoff παράθυρο από το σύνολο $\{0,1\}$. Παρόμοια ο B θα ξαναμεταδώσει το πλαίσιο B1, διπλασιάζοντας το backoff set, το οποίο θα γίνει $\{0,1,2,3\}$, και επιλέγοντας μια τιμή με ομοιόμορφη κατανομή από το παράθυρο αυτό.

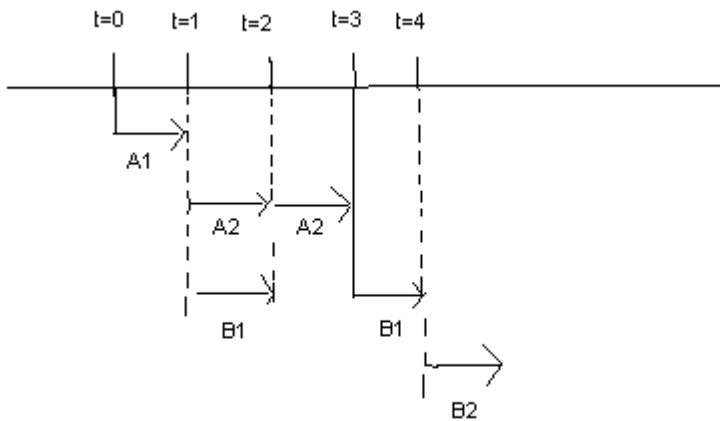
Ωστόσο για να ικανοποιηθούν τα παραπάνω δύο κριτήρια, ο A θα πρέπει να επιλέξει την τιμή 0 (με πιθανότητα $\frac{1}{2}$), και επομένως να μεταδώσει τη χρονική στιγμή $t2$, ενώ ο B θα πρέπει να επιλέξει την τιμή 1 (με πιθανότητα $\frac{1}{4}$), που αντιστοιχεί τη χρονική στιγμή $t3=t2+1$.

Στην οποιαδήποτε άλλη περίπτωση ένα από τα παραπάνω κριτήρια δεν θα μπορούν να ικανοποιηθούν.

Επομένως θα πρέπει να συμβούν τα παρακάτω γεγονότα $E_{A,A2}(t2)$ και $E_{B,B1}(t3)$.

Μόλις ολοκληρωθεί η μετάδοση του B1 (το οποίο αυτή τη φορά θα είναι επιτυχημένη, γιατί κανένας άλλος κόμβος δεν μεταδίδει), ο B είναι έτοιμος να μεταδώσει το επόμενο πακέτο του B2, το οποίο το μεταδίδει για πρώτη φορά (και επομένως ΔΕΝ θα μπει σε backoff).

Η μετάδοση του B2 θα ξεκινήσει τη χρονική στιγμή $t4=t3+1$. Θα είναι επιτυχημένη, μια και δεν υπάρχουν άλλες μεταδώσεις (όπως φαίνεται από τα δεδομένα του προβλήματος). Το γεγονός αυτό, $E_{B,B2}(t4)$, συμβαίνει με πιθανότητα 1.



Επομένως η πιθανότητα να συμβεί το επιθυμητό γεγονός E, που ικανοποιεί τα παραπάνω δυο κριτήρια είναι η παρακάτω:

$$\text{Prob}[E] = \text{Prob} [" E_{A,A1}(t1) \text{ και } E_{B,B1}(t1') \text{ και } E_{A,A2}(t2) \text{ και } E_{B,B1}(t3) \text{ και } E_{B,B2}(t4) "] =$$

$$\text{Prob} [E_{A,A1}(t1)] * \text{Prob}[E_{B,B1}(t1')] * \text{Prob}[E_{A,A2}(t2)] * \text{Prob}[E_{B,B1}(t3)] * \text{Prob}[E_{B,B2}(t4)] =$$

$$1/2 * 1/2 * 1/2 * 1/4 * 1 = 1/32.$$