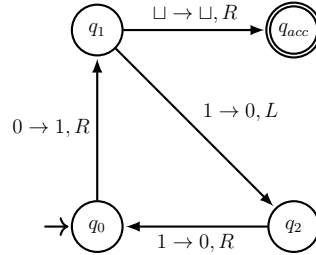


Θέμα 1. Θεωρείστε την παρακάτω μηχανή Turing M με αλφάβητο εισόδου $\Sigma = \{0, 1\}$. Επίσης, θεωρείστε ότι όλες οι μεταβάσεις που δεν εμφανίζονται στο παρακάτω διάγραμμα καταλήγουν στην κατάσταση απόρριψης q_{rej} .



1. Δώστε τον τυπικό ορισμό της M .
2. Περιγράψτε τυπικά τον υπολογισμό της M για είσοδο 0111, δώστε όλη την ακολουθία των στιγμιότυπων.
3. Υπάρχει είσοδος για την οποία η M δεν τερματίζει; Αν ναι, δώστε κατάλληλο παράδειγμα. Αν όχι, δικαιολογήστε τον ισχυρισμό σας.
4. Ποια γλώσσα αναγνωρίζει η M ;

Θέμα 2. Ορίζουμε την γλώσσα στο αλφάβητο Σ^* ,

$$L_2 = \{www \mid w \text{ ξεκινάει με } 0\}.$$

Αποδείξτε ότι η L_2 δεν είναι κανονική.

Θέμα 3. Έστω η γλώσσα L_3 στο αλφάβητο Σ^* . Αποδείξτε ότι η L_3 είναι διαγνώσιμη αν $L_3 \leq_m 0^*1^*$.

Θέμα 4. Ορίζουμε την γλώσσα L στο αλφάβητο Σ^* ,

$$L_4 = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ μηχανή Turing η οποία απορρίπτει την } w\}.$$

1. Αποδείξτε ότι η L_4 είναι T-αναγνωρίσιμη.
2. Αποδείξτε ότι η L_4 είναι μη-διαγνώσιμη.
3. Αποδείξτε ότι η $\overline{L_4}$ δεν είναι T-αναγνωρίσιμη.

Θέμα 5. Ορίζουμε την γλώσσα ALL_{DFA} ,

$$ALL_{DFA} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ είναι DFA και } L(A) = \{0, 1\}^*\}.$$

Αποδείξτε ότι $ALL_{DFA} \in \mathbf{P}$.

Θέμα 6. [1.5 βαθμός] Δίνεται η γραμματική χωρίς συμφραζόμενα $G = (V, \Sigma, R, S)$ της οποίας όλοι οι κανόνες παραγωγής ακολουθούν έναν εκ των παρακάτω τύπων

$$A \rightarrow BC, \quad A \rightarrow abc,$$

όπου τα κεφαλαία γράμματα υποδηλώνουν μεταβλητές ενώ τα μικρά γράμματα τερματικά σύμβολα.

1. Δώστε ένα παράδειγμα για τη γραμματική.
2. Για τη γενική περίπτωση αποδείξτε χρησιμοποιώντας **επαγωγή** ότι αν η συμβολοσειρά w ανήκει στην $L(G)$, τότε το $|w|$ είναι πολλαπλάσιο του 3.

Θέμα 7. Έστω η γλώσσα

$$L_7 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{το πρώτο, το μεσαίο και το τελευταίο στοιχείο της } w \text{ είναι ίδια}\},$$

στο αλφάβητο Σ^* . Σχεδιάστε το PDA που αποδέχεται την L_7 . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Καλή επιτυχία