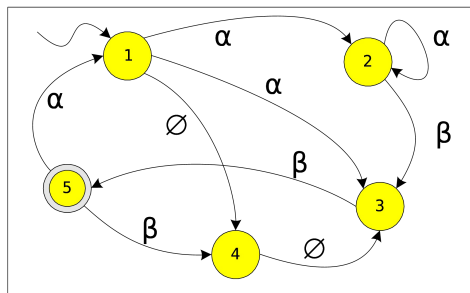


Τα «πεζά» είναι τερματικά σύμβολα, τα «κεφαλαία» είναι παραγωγικά, και το «I» είναι το αφετηριακό παραγωγικό.

Σε κάθε ερώτημα δώσατε μια σύντομη και σαφή εξήγηση της απάντησής σας.

Θεμα 1° (20%) Δείξατε ότι το αυτόματο του σχήματος, (α) αποδέχεται την λέξη $\lambda = \alpha\beta\alpha\beta\beta$.

(β) δεν αποδέχεται την λέξη $\lambda = \alpha\beta\alpha\beta\beta$.



Θεμα 2 (20%) Δείξατε ότι από τις εξής γλώσσες, η μεν (α) είναι ομαλή, η δε (β) ασυμφραστική.
(α) $\Lambda = \{ \text{οι λέξεις που όταν έχουν «β» είτε δεν έχουν «γ» είτε δεν έχουν «δ»} \}$, $\Sigma = \{ \alpha, \beta, \gamma, \delta \}$.

(β) $\Lambda = \{ \text{οι λέξεις όπου το πλήθος των «α» είναι ίσο με πλήθος των «β» συν 2} \}$, $\Sigma = \{ \alpha, \beta \}$.

Θεμα 3° (15%) Δώσατε συντακτικό δένδρο για την λέξη $\lambda = ((\neg p_1) \rightarrow (p_2 \wedge p_1))$ από την εξής ασυμφραστική γραμματική:

$$I \rightarrow M \mid (\neg I) \mid (I S I), \quad M \rightarrow p_1 \mid p_2 \mid p_3, \quad S \rightarrow \wedge \mid \vee \mid \rightarrow \mid \leftrightarrow$$

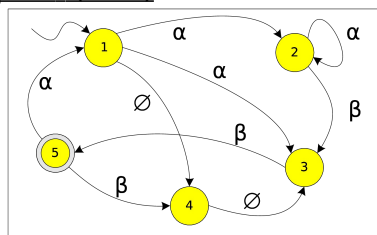
Θεμα 4° (20%) Εξηγείστε γιατί η εξής γλώσσα δεν είναι ομαλή:

$$\Lambda = \{ \text{οι λέξεις με τη μορφή } \lambda\lambda \text{ όπου } \lambda \text{ μια οποιαδήποτε λέξη του } \Sigma^*. \}$$

Θεμα 5° (15%) Μετατρέψατε την ασυμφραστική γραμματική του 3ου θέματος σε αιτιοκρατική μορφή.

Θεμα 6° (10%) Μας δίδουν ένα πρόγραμμα π και θέλουμε εξ αυτού να διαγιγνώσκουμε εάν η συνάρτηση που υπολογίζει $\varphi_\pi : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^* \cup \{\uparrow\}$ είναι είτε «σταθερή» είτε λαμβάνει έστω δύο διαφορετικές τιμές. Υπάρχει «αλγόριθμος» (λ.χ. μια μηχανή Turing), που να επιτυγχάνει κάτι τέτοιο;

Θεμα 1° (20%)



	1	2	3	4	5	
(αφετηρία)	✓		✓	✓		
α		✓	✓			
β			✓		✓	
α	✓		✓	✓		
β					✓	
β			✓	✓	✗	ερ. (β)
β					✓	ερ. (α)

Φτιάχνουμε τον πίνακα των (μη-αιτιοκρατικών) μεταβάσεων. Η τελευταία γραμμή (η λέξη του ερωτήματος (α)) περιέχει την αποδεκτική (#5), αλλά η προτελευταία γραμμή (ερ. (β)), όχι.

Θεμα2 (20%)

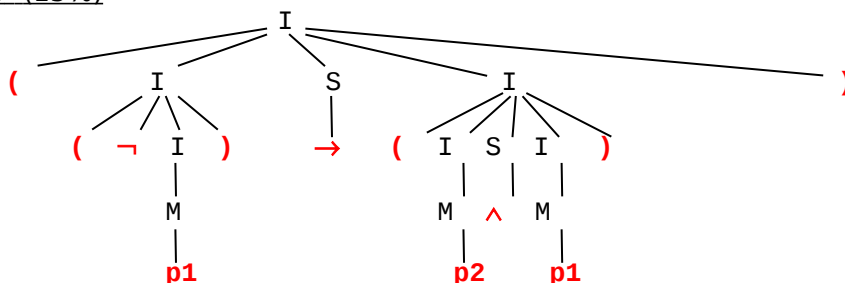
(a) Έστω η γλώσσα Σ^* (όλες οι λέξεις), $\Lambda_\beta = \Sigma^*\beta\Sigma^*$ (όσες περιέχουν ≥ 1 «β»), $\Lambda_\gamma = \Sigma^*\gamma\Sigma^*$ (όσες περιέχουν ≥ 1 «γ»), $\Lambda_\delta = \Sigma^*\delta\Sigma^*$ (όσες περιέχουν ≥ 1 «δ»). Προφανώς είναι όλες ομαλές (αφού έχουμε ήδη δώσει μια ομαλή περιγραφή τους). Η γλώσσα Λ αποτελείται από όσες λέξεις δεν έχουν το «β» (διότι τότε δεν έχουμε περιορισμό), και από όσες έχουν το «β» αφού όμως εξαιρέσουμε από αυτές και την Λ_γ και την Λ_δ . Η τελική έκφραση είναι, $\Lambda = (\Sigma^* - \Lambda_\beta) \cup (\Lambda_\beta - (\Lambda_\gamma \cup \Lambda_\delta)) =$ ομαλή γλώσσα από θ. κλειστότητας.

(b) Στις σημειώσεις δίδεται η παρακάτω γραμματική, στην οποία με αφετηριακό σύμβολο το I παράγονται όλες και μόνον οι λέξεις που έχουν ίσο πλήθος από α και β .

$$I \rightarrow \alpha B_1 \mid \beta A_1 \mid \emptyset, \quad A_1 \rightarrow \alpha \mid \beta A_1 A_1, \quad B_1 \rightarrow \alpha B_1 B_1 \mid \beta I$$

Εκεί εξηγείται επίσης ότι από το α παράγονται όλες και μόνον οι λέξεις που έχουν ένα α περισσότερο από ότι β , και ότι μια λέξη που έχει δύο α περισσότερα από ότι β έχει την μορφή $A_1 A_1$. Άρα αρκεί να προσθέσουμε τον κανόνα $S \rightarrow A_1 A_1$, και με αφετηριακό το S θα έχουμε το ζητούμενο.

Θεμα 3° (15%)



Θεμα 4° (20%)

Αν αυτή η γλώσσα ήταν ομαλή τότε θα ήταν και η τομή της με την εμφανώς ομαλή γλώσσα $X = L(\alpha^* \beta \alpha^* \beta)$. Η τομή $T = \Lambda \cap X$ είναι όμως η γλώσσα $\{\alpha^{(k)} \beta \alpha^{(k)} \beta : k \geq 0\}$, και αυτή δεν είναι ομαλή, (με εφαρμογή του λ. άντλησης, όπως στις σημειώσεις) - άρα ούτε και η δοθείσα Λ .

Θεμα 5° (15%)

Ο κανόνας του I εμφανίζει δίλημμα που λύνεται με $\dots I \rightarrow M \mid (I' \text{ και } I' \rightarrow \neg I) \mid I S I$. Ο

κανόνας του M εμφανίζει δίλημμα που λύνεται με $\dots M \rightarrow p M' \text{ και } M' \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3$. Για να διακρίνουμε ποιό επιλογή σε κάθε κανόνα πρέπει να εφαρμόσουμε χρησιμοποιούμε τον $I \rightarrow p M' \mid (I' \text{ στη θέση του } I, \text{ και έχουμε, } I \rightarrow p M' \mid (I' \rightarrow \neg I) \mid p M' S I) \mid (I' \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3$

όπου όλες οι επιλογές δεξιά του κάθε κανόνα αρχίζουν με σύμβολο που καθορίζει μοναδικά την εφαρμοστέα.

Θεμα 6° (10%)

Η ιδιότητα του π που δίδεται είναι «σημασιολογική» (αφού αφορά την συνάρτηση που υπολογίζει), και είναι «μη-τετριμμένη» (διότι εμφανώς κάποιες ϕ_n την έχουν και κάποιες όχι), άρα από το Θ. Rice είναι αλγοριθμικώς αδιάγνωστη.