Φροντιστήριο 23/10/2026

Υπεύθυνος διδασκαλίας: Γεώργιος Ξανθάκης

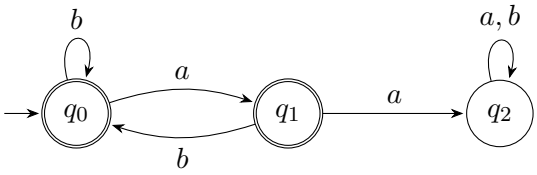
Υπενθύμιση. Ένα σύνολο S λέγεται *αριθμήσιμο* αν είναι πεπερασμένο ή υπάρχει αμφιμονοσήμαντη απεικόνιση $f : \mathbb{N} = \{0, 1, \dots\} \to S$. Ισοδύναμα, αν $S \neq \emptyset$, αρκεί να υπάρχει *επί* απεικόνιση $f : \mathbb{N} \to S$, δηλαδή μια λίστα $f(0), f(1), \dots$ στην οποία κάθε στοιχείο του S εμφανίζεται σε κάποια *πεπερασμένη* θέση (επιτρέπονται επαναλήψεις).

Άσκηση 1. Παράδειγμα slide 22, `https://www.csd.uoc.gr/~hy280/lectures_tsourakakis/lec10_proodos.pdf` βήμα προς βήμα.

Άσκηση 2 (Dovetailing)**.** Έστω $A = \{0, 2, 4, \dots\}$ και $B = \{-1, -2, -3, \dots\}$. Γράψτε τους πρώτους 8 όρους της απαρίθμησης του $A \cup B$ που παράγει το dovetailing. Δώστε κλειστό τύπο για την απεικόνιση $f : \mathbb{N} \to A \cup B$ και αποδείξτε ότι είναι 1-1 και επί.

Άσκηση 3 (Dovetailing-βασική κατανόηση)**.** Συνεχίζουμε από την Άσκηση 1. Ένας φοιτητής προτείνει να απαριθμήσουμε το $A \cup B$ γράφοντας πρώτα *όλα* τα στοιχεία του A και μετά όλα τα στοιχεία του B: $a_0, a_1, a_2, \dots, b_0, b_1, \dots$. Εξηγήστε γιατί αυτό *δεν* είναι απαρίθμηση όταν το A είναι άπειρο. Σε ποια θέση εμφανίζεται το b_0; Πότε θα ήταν σωστή η πρότασή του;

Άσκηση 4 (DFA σε κανονική έκφραση)**.** Έστω το αλφάβητο $\Sigma = \{a, b\}$. Θεωρήστε το παρακάτω DFA M.



1. **Ακολουθία διαμορφώσεων.** Δώστε την πλήρη ακολουθία διαμορφώσεων του αυτομάτου M κατά την επεξεργασία της συμβολοσειράς $w = bbaab$. Διευκρινίστε αν η συμβολοσειρά γίνεται αποδεκτή.
2. **Κανονική έκφραση.** Περιγράψτε με μια κανονική έκφραση τη γλώσσα $L(M)$.

Άσκηση 5 (Περιγραφή γλωσσών)**.** Για κάθε μία από τις παρακάτω κανονικές εκφράσεις πάνω στο $\Sigma = \{0, 1\}$, περιγράψτε με λόγια τη γλώσσα που ορίζει. Εδώ το εκθετικό $+$ συμβολίζει τη θετική κλειστότητα.

1. $(0^*1^*)^*0$.
2. $(01^*)^*0$.
3. $(00 + 11 + (01 + 10)(00 + 11)^*(01 + 10))^*$.
4. $0^* + (0^*1 + 0^*11)(0^+1 + 0^+11)^*0^*$.

Άσκηση 6 (Απλοποίηση κανονικών εκφράσεων)**.** Απλοποιήστε τις ακόλουθες κανονικές εκφράσεις, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

1. $(00)^*0 + (00)^*$.
2. $(0 + 1)(\varepsilon + 00)^+ + (0 + 1)$.

3. $(0 + \varepsilon)0^*1$.

Άσκηση 7 (Κατασκευή κανονικών εκφράσεων)**.** Για κάθε μία από τις παρακάτω γλώσσες πάνω στο $\Sigma = \{0, 1\}$, κατασκευάστε μία κανονική έκφραση.

1. Όλες οι συμβολοσειρές των οποίων το πέμπτο σύμβολο από τα δεξιά είναι 0.
2. Όλες οι συμβολοσειρές που περιέχουν το 000 ή το 111 ως υποσυμβολοσειρά.
3. Όλες οι συμβολοσειρές που δεν περιέχουν ούτε το 000 ούτε το 111 ως υποσυμβολοσειρά.
4. Όλες οι συμβολοσειρές που δεν περιέχουν το 010 ως υποσυμβολοσειρά.