

HY240: Δομές Δεδομένων
Εαρινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2019-20
Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Τετάρτη, 27 Μαΐου 2020

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος). Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 14:00 της 27/05/2019 θα θεωρούνται εκπρόθεσμες. **Ασκήσεις μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου δεν γίνονται δεκτές.**

Ασκήσεις

1. Θεωρήστε έναν πίνακα n στοιχείων. Παρουσιάστε **δύο αλγόριθμους** για την εύρεση των m μικρότερων στοιχείων στον πίνακα. Ο πρώτος αλγόριθμος πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(n \log n)$ ενώ ο δεύτερος θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(nm)$. Εξηγήστε για ποιες τιμές των n και m θα ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί ο πρώτος αλγόριθμος και για ποιες θα ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί ο δεύτερος. Θεωρήστε ότι οι σταθερές και οι μη κυρίαρχοι όροι στην χρονική πολυπλοκότητα των δύο αλγορίθμων δεν παίζουν κάποιο ρόλο στην παραπάνω επιλογή σας. [18%]
2. **Ξένα σύνολα που υποστηρίζουν τη λειτουργία της ένωσης.** Θεωρήστε την ακόλουθη στρατηγική για μείωση του ύψους ενός πάνω δένδρου.
«Συνενώνουμε το δένδρο με το μικρότερο ύψος στο δένδρο με το μεγαλύτερο ύψος, δηλαδή κάνουμε τη ρίζα του δένδρου με το μικρότερο ύψος να δείχνει στη ρίζα του δένδρου με το μεγαλύτερο ύψος».
Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για μια έκδοση της `UpTreeUnion()` η οποία υλοποιεί την παραπάνω στρατηγική. Έστω ότι T είναι ένα δένδρο με δείκτες προς τα πάνω (up tree) το οποίο αναπαριστά ένα σύνολο μεγέθους n που δημιουργήθηκε με τη συνένωση n συνόλων μεγέθους 1 χρησιμοποιώντας την έκδοση της `UPTreeUnion()` που σχεδιάσατε. Μπορείτε να συμπεράνετε ή και να αποδείξετε κάτι για το ύψος του T ; [20%]
3. Έστω T ένας πίνακας n θέσεων. Περιγράψτε αλγόριθμο που θα δημιουργεί ένα ταξινομημένο δυαδικό δένδρο (δυαδικό δένδρο αναζήτησης) με n κόμβους και ύψος $O(\log n)$, το οποίο θα περιέχει όλα τα στοιχεία του T . Ο αλγόριθμός σας πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(n \log n)$. [25%]
4. α) Αποδείξτε με τη μέθοδο του παραδείγματος, ότι σε ένα δένδρο AVL η διαφορά βάθους μεταξύ δύο φύλλων μπορεί να είναι μεγαλύτερη από 2; [5%]
β) Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τον πιο αποδοτικό αλγόριθμο που μπορείτε να σκεφτείτε ο οποίος θα υπολογίζει τη μέγιστη διαφορά βάθους μεταξύ δύο οποιονδήποτε φύλλων ενός AVL δένδρου; Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου που σχεδιάσατε; [17%]
5. Παρουσιάστε αλγόριθμο ο οποίος θα παίρνει ως είσοδο έναν πίνακα A n ακεραίων (όπου κάθε ακεραίος μπορεί να εμφανίζεται περισσότερες από μια φορές στον A) και βγάζει ως έξοδο την ίδια ακολουθία ακεραίων αλλά με κάθε ακεραίο να εμφανίζεται μόνο μια φορά. [15%]