

HY240: Δομές Δεδομένων

Εαρινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2018-19

Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Παρασκευή, 24 Μαΐου 2019

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος, την Παρασκευή, 24 Μαΐου 2019, ώρα 13:00-14:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 14:00 της Παρασκευής, 24/05/2019 θα θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (το αρχείο που θα αποστείλετε πρέπει να είναι σε μορφή pdf). **Ασκήσεις μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου δεν γίνονται δεκτές.**

Ασκήσεις

1. Υποθέστε ότι δίνεται η υλοποίηση της συνάρτησης `union` και μια υλοποίηση της `find`. Να παρουσιάσετε εκ νεου τα αποτελέσματα από την ακόλουθη σειρά πράξεων δεδομένου ότι εφαρμόζεται η τεχνική συμπίεσης μονοπατιού: `union(1,2)`, `union(3,4)`, `union(3,5)`, `union(1,7)`, `union(3,12)`, `union(0,9)`, `union(8,10)`, `union(8,9)`, `union(7,4)`, `union(2,9)`.

Εφαρμόστε μια `find` ξεκινώντας από ένα από τα βαθύτερα φύλλα της δομής που προκύπτει.

[15%]

2. **Ξένα σύνολα που υποστηρίζουν τη λειτουργία της ένωσης.** Θεωρήστε την ακόλουθη στρατηγική για μείωση του ύψους ενός πάνω δέντρου.

«Συνενώνουμε το δέντρο με το μικρότερο ύψος στο δένδρο με το μεγαλύτερο ύψος, δηλαδή κάνουμε τη ρίζα του δέντρου με το μικρότερο ύψος να δείχνει στη ρίζα του δέντρου με το μεγαλύτερο ύψος».

Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για μια έκδοση της `UpTreeUnion()` η οποία υλοποιεί την παραπάνω στρατηγική. Έστω ότι `T` είναι ένα δέντρο με δείκτες προς τα πάνω (`up tree`) το οποίο αναπαριστά ένα σύνολο μεγέθους n που δημιουργήθηκε με τη συνένωση n συνόλων μεγέθους 1 χρησιμοποιώντας την έκδοση της `UPTreeUnion()` που σχεδιάσατε. Μπορείτε να συμπεράνετε κάτι για το ύψος του `T`;

[20%]

3. Να παρουσιαστεί αλγόριθμος ο οποίος υπολογίζει τις συνδεδεμένες συνιστώσες (connected components) ενός μη-κατευθυνόμενου γράφου G χρησιμοποιώντας ένα δάσος δέντρων και τη λειτουργία της ένωσης (union-find). Ξεκινήστε διαμοιράζοντας τους n κομβούς σε ένα δάσος n δένδρων, κάθε ένα από τα οποία περιέχει μόνο έναν κόμβο. Στη συνέχεια, για κάθε μία από τις ακμές (i,j) του γράφου G , εφαρμόστε τη λειτουργία union (i,j) . Επιχειρηματολογήστε γιατί ο αλγόριθμος σας είναι σωστός, και ότι πράγματι υπολογίζει τους συνδεδεμένους κόμβους του G . [15%]
4. Δίνονται τα ακόλουθα στοιχεία: 8, 19, 30, 41, 63, 74, 4, 15, 26, 37. Να τα εισάγετε με τη σειρά που δίνονται σε έναν πίνακα κατακερματισμού 11 θέσεων, δεδομένου ότι ως μέθοδος διαχείρισης συγκρούσεων χρησιμοποιείται: [20%]
- α. Η μέθοδος των μικτών αλυσίδων με συνάρτηση κατακερματισμού $h_1(x) = x \bmod 11$ και κελάρια τριών θέσεων που δεικτοδοτείται από τους αριθμούς -1, -2, και -3 (δηλαδή ο πίνακας έχει συνολικά 14 θέσεις σ' αυτήν την περίπτωση).
 - β. Διπλός κατακερματισμός με πρωτεύουσα συνάρτηση κατακερματισμού $h_1(x) = x \bmod 11$ και δευτερεύουσα συνάρτηση κατακερματισμού $h_2(x) = (x+5) \bmod 11$ (πίνακας 11 θέσεων),
 - γ. Ταξινομημένος κατακερματισμός ανοικτής διεύθυνσης. Θεωρήστε ότι οι συναρτήσεις κατακερματισμού είναι ίδιες με αυτές του ερωτήματος ii. (πίνακας 11 θέσεων)
5. Να παρουσιαστεί αλγόριθμος που να δέχεται ως είσοδο έναν δείκτη στη ρίζα ενός δέντρου AVL και να τυπώνει το μήκος του μικρότερου μονοπατιού του δέντρου. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(\log n)$, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων του δέντρου. [15%]
6. Δίδεται πίνακας μεγέθους N , του οποίου κάθε ένα από τα N στοιχεία, είναι ένα ζεύγος (x,y) που αναπαριστά ένα σημείο στο χώρο με ακέραιες συντεταγμένες x, y . Παρουσιάστε αλγόριθμο που θα βρίσκει και θα διαγράφει από τον πίνακα τα σημεία με τις ίδιες συντεταγμένες. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να εκτελείται σε χρόνο $O(n \log n)$. [15%]

Παράδειγμα: Θεωρήστε πως ο αρχικός πίνακας είναι 10 θέσεων και περιέχει τα στοιχεία (1,3), (9,11), (6,7), (1,3), (5,6), (9,11), (7,8), (1,3), (9,11), (6,7). Μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου σας, ο πίνακας πρέπει να περιέχει έγκυρα στοιχεία στις 5 πρώτες θέσεις του, ενώ στις υπόλοιπες θέσεις του πρέπει να περιέχει την τιμή $<-1,-1>$. Τα 5 έγκυρα στοιχεία του πίνακα είναι τα (1,3), (5,6), (6,7), (7,8), (9,11). Δεν είναι απαραίτητο η σειρά με την οποία εμφανίζονται τα στοιχεία αυτά στις πέντε πρώτες θέσεις του πίνακα να είναι ίδια με αυτή που εμφανίζονταν στον αρχικό πίνακα.