

HY240: Δομές Δεδομένων
Εαρινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2016-17
Παναγιώτα Φατούρου

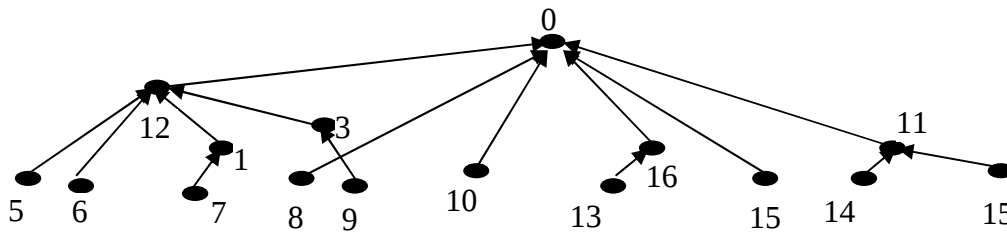
4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Τετάρτη, 31 Μαΐου 2017

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος). Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Τετάρτης, 31/5/2017 θεωρούνται εκπρόθεσμες.

Άσκηση 1 [30 μονάδες]

- α. Ένας k -αδικός σωρός είναι παρόμοιος με έναν δυαδικό σωρό αλλά κάθε κόμβος μπορεί να έχει k παιδιά αντί για δύο. [15%]
- Πως θα υλοποιούσατε έναν k -αδικό σωρό με πίνακα (παρουσιάστε τη νέα αρίθμηση των κόμβων καθώς και την υλοποίηση των λειτουργιών $children(v)$, $parent(v)$, και των υπολοίπων λειτουργιών που παρουσιάζονται στις διαφάνειες).
 - Πως εκφράζεται το ύψος ενός k -αδικού σωρού ως συνάρτηση του n και του k ;
 - Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για την $Delete()$ σε έναν k -αδικό σωρό.
- β. Ξεκινώντας από τα 16 μονοσύνολα $S_j = \{j\}$ όπου $0 \leq j \leq 15$ παρουσιάστε μια ακολουθία λειτουργιών Union-Find η οποία αν εφαρμοστεί στα μονοσύνολα να προκύπτει το ur -δένδρο που φαίνεται στο Σχήμα 1. Είναι η ακολουθία που παρουσιάσατε μοναδική και γιατί; [15%]



Σχήμα 1

Άσκηση 2 [30 Μονάδες]

- α. Δίνονται τα ακόλουθα στοιχεία: 15, 28, 17, 30, 54, 21, 67, 10, 6, 1. Να τα εισάγετε με τη σειρά που δίνονται σε έναν πίνακα κατακερματισμού 13 θέσεων, δεδομένου ότι ως μέθοδος διαχείρισης συγκρούσεων χρησιμοποιείται: [15%]
- η μέθοδος των μικτών αλυσίδων με συνάρτηση κατακερματισμού $h_1(x) = x \bmod 13$,
 - διπλός κατακερματισμός με πρωτεύουσα συνάρτηση κατακερματισμού $h_1(x) = x \bmod 13$ και δευτερεύουσα συνάρτηση κατακερματισμού $h_2(x) = x^2 \bmod 13$,
 - ταξινομημένος κατακερματισμός ανοικτής διεύθυνσης. Θεωρήστε ότι οι συναρτήσεις κατακερματισμού είναι ίδιες με αυτές του ερωτήματος ii.

- β. Έστω στιγμιότυπο κοκκινόμαυρου δένδρου T στο οποίο ενθέτουμε και αμέσως αφαιρούμε ένα στοιχείο x . Έστω T' το δένδρο που προκύπτει μετά από αυτές τις δύο πράξεις. Είναι ανάγκη το T' να είναι ίδιο με το T ; Αν όχι, επιχειρηματολογήστε βάσει της μεθόδου του παραδείγματος. Αν ναι, εξηγήστε με λόγια γιατί ισχύει αυτό; [15M]

Άσκηση 3 [40 μονάδες]

- α. Να παρουσιαστεί αλγόριθμος που να δέχεται ως είσοδο ένα κοκκινόμαυρο δένδρο και να δίνει ως έξοδο δύο κοκκινόμαυρα δένδρα, τα οποία περιέχουν μαζί όλα τα κλειδιά του αρχικού δένδρου και επιπρόσθετα οι τιμές των κλειδιών του ενός είναι μεγαλύτερες από τις τιμές των κλειδιών του άλλου. Ο αλγόριθμος πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(\log n)$, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων του αρχικού κοκκινόμαυρου δένδρου. [20%]
- β. Έστω ένα κόκκινο-μαύρο δένδρο T με μαύρο ύψος b_h και έστω n ο αριθμός των κόμβων του. Έστω k ένας ακέραιος τέτοιος ώστε $b_h > k$. Περιγράψτε αλγόριθμο με χρονική πολυπλοκότητα $O(\log n)$ που βρίσκει το μαύρο κόμβο με το δεύτερο μικρότερο κλειδί μεταξύ εκείνων που έχουν μαύρο ύψος k στο T . Το μαύρο ύψος ενός κόμβου v είναι ο αριθμός των μαύρων κόμβων σε οποιοδήποτε μονοπάτι από τον v προς οποιοδήποτε φύλλο (μη συμπεριλαμβανομένου του v). [20%]