

HY240: Δομές Δεδομένων
Εαρινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2015-16
Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Παρασκευή, 3 Ιουνίου 2016

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, την Παρασκευή, 3 Ιουνίου 2016, ώρα 11:00-12:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 12:00 της Παρασκευής, 3/6/2016 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin..

Ασκήσεις

1. Θεωρήστε ένα AVL δένδρο T που σε κάθε κόμβο του u είναι αποθηκευμένος ο αριθμός των κόμβων του αριστερού υποδένδρου του u . Δώστε αλγόριθμους που να υλοποιούν τις εξής λειτουργίες σε χρόνο $O(\log n)$, όπου n είναι ο αριθμός των κόμβων του δένδρου: [40%]
 - α. $\text{Access}(T, i)$: επιστρέφει το i -οστό μικρότερο στοιχείο του δένδρου.
 - β. $\text{Length}(T)$: επιστρέφει $|T|$, τον αριθμό των κόμβων του δένδρου.
2. Οι σοροί επιτρέπουν την εύρεση του ελάχιστου στοιχείου σε χρόνο $O(\log n)$. Εξηγήστε πως η δομή του σορού θα μπορούσε να τροποποιηθεί έτσι ώστε να αποτελεί μια διπλή σορό, δηλαδή μια δομή δεδομένων που υποστηρίζει τις εξής λειτουργίες: [30%]
 - α. η δομή να μπορεί να κατασκευαστεί σε χρόνο $O(n)$,
 - β. εισαγωγή ή διαγραφή ελάχιστου ή μέγιστου στοιχείου να μπορεί να πραγματοποιηθεί σε χρόνο $O(\log n)$,
 - γ. το ελάχιστο στοιχείο ή το μέγιστο στοιχείο να μπορεί να βρεθεί σε σταθερό χρόνο (δηλαδή σε χρόνο $O(1)$).

Σημείωση: Τοποθετήστε τα στοιχεία μέσα στο σωρό ως εξής: κάθε κόμβος σε ζυγό βάθος έχει κλειδί μεγαλύτερο από ότι οποιουδήποτε από τους επιγόνους του, ενώ κάθε κόμβος σε μονό βάθος έχει κλειδί μικρότερο από τους επιγόνους του.
3. Να παρουσιαστεί αλγόριθμος που να δέχεται ως είσοδο ένα δένδρο AVL και να δίνει ως έξοδο δύο δένδρα AVL, τα οποία περιέχουν μαζί όλα τα κλειδιά του αρχικού δένδρου και επιπρόσθετα οι τιμές των κλειδιών του ενός είναι μεγαλύτερες από τις τιμές των κλειδιών του άλλου. Ο αλγόριθμος πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(\log n)$, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων του αρχικού δένδρου AVL. [15%]
4. Παρουσιάστε έναν αλγόριθμο, ο οποίος, δοθέντων ενός πίνακα A που αποθηκεύει n πραγματικούς αριθμούς και ενός οποιουδήποτε πραγματικού αριθμού x , καθορίζει αν υπάρχουν δύο στοιχεία του πίνακα που το γινόμενο τους να ισούται με x . Η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας θα πρέπει να είναι $O(n \log n)$. [15%]

