

HY240: Δομές Δεδομένων
Εαρινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2015-16
Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 18 Απριλίου 2016

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, τη Δευτέρα, 18 Απριλίου 2016, ώρα 11:00-12:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 12:00 της Δευτέρας, 18/4/2016 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin..

Άσκηση 1 [35 μονάδες]

1. Αλγόριθμος Εύρεσης Ύψους Δυαδικού Δένδρου [10M]

Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τον πιο αποδοτικό αλγόριθμο που μπορείτε να σκεφτείτε ο οποίος θα βρίσκει το ύψος ενός δυαδικού δένδρου (ταξινομημένου ή μη). Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας και ποια η χωρική επιβάρυνση που αυτός επιφέρει;

2. Αλγόριθμος Εύρεσης Ύψους AVL Δένδρου [15M]

Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τον πιο αποδοτικό αλγόριθμο που μπορείτε να σκεφτείτε ο οποίος θα βρίσκει το ύψος ενός AVL δένδρου. Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας και ποια η χωρική επιβάρυνση που αυτός επιφέρει;

3. Αλγόριθμος που ελέγχει αν ένα (όχι απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο, που υλοποιείται ως δυαδικό, είναι γεμάτο βαθμού k [10M]

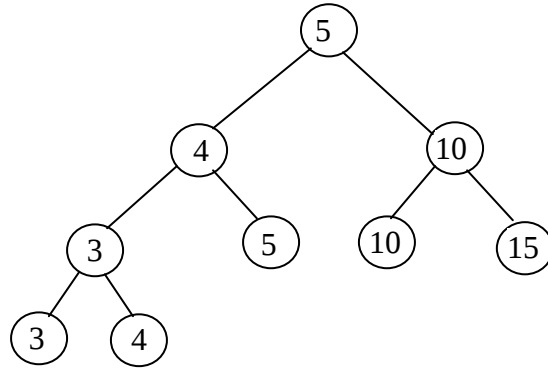
Παρουσιάστε αλγόριθμο που θα παίρνει ως όρισμα έναν δείκτη στη ρίζα ενός δυαδικού δένδρου το οποίο υλοποιεί (ένα όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο και έναν ακέραιο k και θα ελέγχει αν το διατεταγμένο δένδρο είναι γεμάτο βαθμού k, δηλαδή αν κάθε εσωτερικός κόμβος του διατεταγμένου δένδρου έχει ακριβώς k παιδιά. Αν ναι, ο αλγόριθμος σας θα πρέπει να επιστρέφει TRUE, διαφορετικά, θα πρέπει να επιστρέφει FALSE. Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας και ποια η χωρική επιβάρυνση που αυτός επιφέρει;

Άσκηση 2 [45 Μονάδες]

Τα φυλλοπροσανατολισμένα δένδρα δυαδικής αναζήτησης (leaf-oriented binary search trees) αποτελούν μια εναλλακτική υλοποίηση του αφηρημένου τύπου δεδομένων του λεξικού. Ορίζονται ως εξής: (α) Όλα τα κλειδιά του λεξικού αποθηκεύονται στα φύλλα του δένδρου, από αριστερά προς τα δεξιά κατά μη φθίνουσα τιμή κλειδιού, και (β) οι εσωτερικοί κόμβοι αποθηκεύουν κλειδιά (που δεν αντιστοιχούν απαραίτητα σε κλειδιά του λεξικού), έτσι ώστε να ισχύει η κάτωθι αμετάβλητη συνθήκη σε κάθε κόμβο v:

*Το κλειδί του αριστερού παιδιού του v είναι μικρότερο ή ίσο από αυτό του v ,
ενώ το δεξιό παιδί του v διαθέτει κλειδί μεγαλύτερο από εκείνο του v*

Παρατηρήστε ότι βάσει του ορισμού, οι εσωτερικοί κόμβοι έχουν και τους δύο δείκτες μη κενούς, ενώ και οι δύο δείκτες των φύλλων είναι κενοί. Ένα παράδειγμα φυλλοπροσανατολισμένου δένδρου παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1

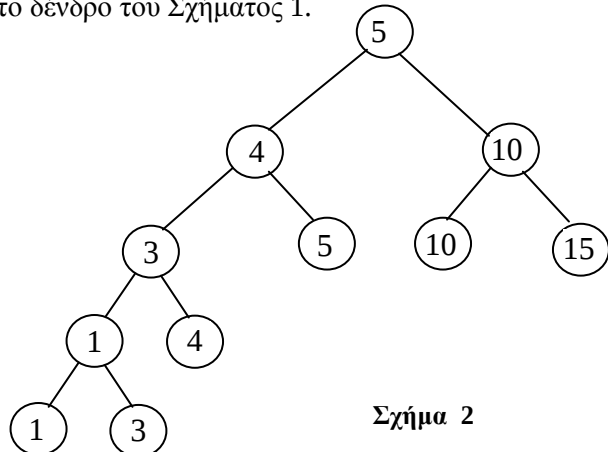
α. Παρουσιάστε αλγορίθμους εισαγωγής, διαγραφής και αναζήτησης σε φυλλοπροσανατολισμένα δένδρα δυαδικής αναζήτησης.

[Εισαγωγή: 15M, Διαγραφή: 15M, Αναζήτηση: 5M]

β. Περιγράψτε αλγόριθμο ο οποίος, δοθέντος ενός φύλλου v σε ένα διπλά-συνδεδεμένο φυλλοπροσανατολισμένο δένδρο, θα βρίσκει το φύλλο που περιέχει το αμέσως μεγαλύτερο κλειδί από εκείνο του v μεταξύ των κλειδιών όλων των φύλλων του δένδρου. [10M]

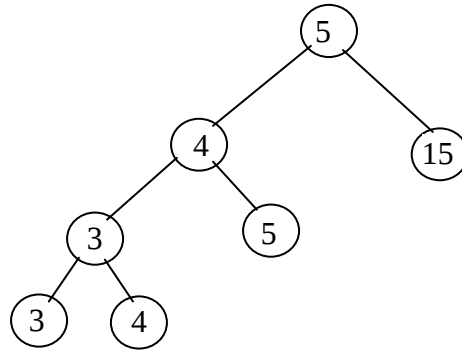
Διευκρινήσεις επί των λειτουργιών της Εισαγωγής και της Διαγραφής:

1. Για να εισάγουμε έναν νέο κόμβο, v , με κλειδί K σε ένα φυλλοπροσανατολισμένο δένδρο δυαδικής αναζήτησης, εκτελούμε αναζήτηση για να βρούμε το φύλλο, v' , το οποίο θα έπρεπε να αποτελέσει τον γονικό κόμβο του v στο δένδρο. Ωστόσο, το κλειδί, K' , του v' πρέπει να εξακολουθήσει να εμφανίζεται σε φύλλο του δένδρου. Για να επιτευχθεί αυτό, αντικαθιστούμε τον v' από ένα δένδρο τριών κόμβων, το οποίο αποτελείται από έναν εσωτερικό κόμβο με δύο παιδιά που και τα δύο είναι φύλλα. Το αριστερό από τα δύο αυτά φύλλα καθώς και ο v έχουν κλειδί $\min\{K, K'\}$, ενώ το δεξιό φύλλο έχει κλειδί $\max\{K, K'\}$. Για παράδειγμα, το δένδρο του Σχήματος 2 είναι το δένδρο που προκύπτει μετά την εισαγωγή του κλειδιού 1 στο δένδρο του Σχήματος 1.



Σχήμα 2

2. Για να διαγράψω έναν κόμβο, v , από ένα φυλλοπροσανατολισμένο δένδρο δυαδικής αναζήτησης, βρίσκω τον γονικό του κόμβο, v' , καθώς επίσης και τον γονικό κόμβο του v' , έστω v'' . Για τη διαγραφή, αντικαθιστώ τον δείκτη του v'' που δείχνει στον v' , ώστε αυτός να δείχνει στον αδελφικό κόμβο του v . Για παράδειγμα, το δένδρο του Σχήματος 3 είναι το δένδρο που προκύπτει μετά τη διαγραφή του κλειδιού 10 από το δένδρο του Σχήματος 1.



Σχήμα 3

Άσκηση 3 [20 μονάδες]

Παρουσιάστε ψευδοκώδικα ο οποίος θα ελέγχει αν ένα δυαδικό δένδρο, κάθε κόμβος του οποίου αποθηκεύει μια επιπρόσθετη μεταβλητή, `color`, τύπου `boolean`, έχει τις ιδιότητες ενός κοκκινόμαυρου δένδρου.