

HY240: Δομές Δεδομένων

Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2022-23

Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Παρασκευή, 6 Ιανουαρίου 2023

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin μέχρι την Παρασκευή, 6 Ιανουαρίου 2023, ώρα 23:59. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 23:59 της Παρασκευής, 6 Ιανουαρίου 2023, θεωρούνται εκπρόθεσμες.

Άσκηση 1 [55 μονάδες]

α. Θεωρήστε ένα κοκκινόμαυρο δένδρο με **μαύρο ύψος 3** για το οποίο ισχύουν τα εξής:

- **Δεξιό υποδένδρο ρίζας:** Το ύψος του δεξιού υποδενδρού της ρίζας είναι τρία. Το δεξιό υποδένδρο της ρίζας είναι πλήρες και το πλήθος των φύλλων στο επίπεδο 3 του δεξιού υποδενδρού της ρίζας είναι τέσσερα.
- **Αριστερό υποδένδρο ρίζας:** Το ύψος του αριστερού υποδενδρού της ρίζας είναι δύο. Το αριστερό υποδένδρο της ρίζας είναι πλήρες και το πλήθος των φύλλων στο επίπεδο 2 του αριστερού υποδενδρού της ρίζας είναι 1 και το φύλλο αυτό είναι κόκκινο.
- Τα κλειδιά που αποθηκεύονται στους κόμβους του δένδρου είναι ακέραιοι αριθμοί. Το μικρότερο κλειδί στο δένδρο είναι το 2. Η διαφορά του κλειδιού οποιουδήποτε κόμβου από το κλειδί του επόμενου του κόμβου στην ενδοδιατεταγμένη διάταξη είναι 2 (π.χ. τα τρία μικρότερα κλειδιά στο δένδρο είναι τα 2, 4, 6).

(i) Σχεδιάστε το δένδρο. [4M]

(ii) Διαγράψτε το κλειδί 28 από το δένδρο που σχεδιάσατε στο ερώτημα (i). [3M]

(iii) Διαγράψτε το κλειδί 8 από το δένδρο που σχεδιάσατε στο ερώτημα (i). [3M]

(iii) Εισάγετε το κλειδί 3 στο δένδρο που σχεδιάσατε στο ερώτημα (i). [3M]

β. Εισάγετε τα κλειδιά 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 (μ' αυτή τη σειρά), σε ένα αρχικά άδειο 2-3 δένδρο. Στη συνέχεια, διαγράψτε τα κλειδιά 2, 4, 6, 8, 12, 14, 16 (μ' αυτή τη σειρά) από το δένδρο που προέκυψε μετά τις εισαγωγές. [16M]

γ. Εισάγετε τα κλειδιά 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 (μ' αυτή τη σειρά), σε ένα αρχικά άδειο AVL δένδρο. Στη συνέχεια, διαγράψτε τα κλειδιά 2, 4, 6, 8, 12, 14, 16 (μ' αυτή τη σειρά) από το δένδρο που προέκυψε μετά τις εισαγωγές. [16M]

δ. Εξετάστε αν ο πίνακας [5, 27, 25, 23, 61, 16, 17, 21, 14, 13, 31] αναπαριστά σωρό (θα πρέπει να εξετάσετε αν ισχύει η ιδιότητα της μερικής διάταξης στο δένδρο που αναπαριστά ο πίνακας). Σε περίπτωση που ο πίνακας δεν αναπαριστά σωρό (min-heap) παρουσιάστε πως θα τον μετατρέπατε σε σωρό εφαρμόζοντας τη διαδικασία InitializeHeap() της Heapsort() που έχετε διδαχθεί στο μάθημα. Θεωρήστε ότι το μικρότερο στοιχείο του σωρού αποθηκεύεται στην αριστερότερη θέση του πίνακα. [10M]

Σημειώσεις: (α) Στα παραπάνω ερωτήματα **πρέπει να παρουσιαστεί όλη η διαδικασία** που ακολουθείται προκειμένου να προκύψει το τελικό δένδρο. Οι περιστροφές, όπου απαιτούνται, θα πρέπει να περιγραφούν αναλυτικά και οι περιπτώσεις που χρησιμοποιείτε (όπως περιγράφονται στους αλγορίθμους που έχετε διδαχθεί) πρέπει να αναφερθούν. (β) Στο ερώτημα δ. θα πρέπει να παρουσιάσετε όλα τα βήματα που θα εφαρμόσετε (και με τη σωστή σειρά, βάσει του αλγορίθμου InitializeHeap()) προκειμένου να αποκαταστήσετε την ιδιότητα της μερικής διάταξης (εάν χρειάζεται).

Άσκηση 2 [15 Μονάδες]

Θεωρήστε έναν πίνακα κατακερματισμού m θέσεων, στον οποίο οι συγκρούσεις επιλύονται με τη μέθοδο των μικτών αλυσίδων. Έστω ότι $h(\text{Key } K)$ είναι η συνάρτηση κατακερματισμού. Γράψτε ψευδοκώδικα που θα υλοποιεί τη συνάρτηση `HashTable-Delete(HashTable A, Key K)`, η οποία θα πρέπει να διαγράφει το κλειδί K από τον πίνακα κατακερματισμού A . Επιπρόσθετα, παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τις ρουτίνες `HashTable-Insert(HashTable A, Key K)`, η οποία εισάγει το κλειδί K στον πίνακα κατακερματισμού A και `HashTable-Search(HashTable A, Key K)`, η οποία αναζητά το κλειδί K στον πίνακα κατακερματισμού A . Θεωρήστε πως οι πρώτες c θέσεις στον πίνακα κατακερματισμού A λειτουργούν ως κελάρι και πως η συνάρτηση κατακερματισμού επιστρέφει τιμές στο διάστημα $\{c, \dots, m-1\}$, όπου το c είναι μια μικρή σταθερά ($c \ll m$).

Άσκηση 3 [30 μονάδες]

- α. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τη διαγραφή ενός οποιουδήποτε στοιχείου ενός σωρού, αν δίνεται ένας δείκτης στον προς-διαγραφή κόμβο. Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας θα πρέπει να είναι $O(\log n)$, όπου n είναι το πλήθος κλειδιών του σωρού. [20M]
- β. Ας υποθέσουμε τώρα πως δεν σας δίνεται δείκτης προς τον προς-δοαγραφή κόμβο. Επειδή η αναζήτηση κλειδιού σε σωρό δεν υποστηρίζεται αποτελεσματικά, θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μια ακόμα δομή, Δ , η οποία θα πρέπει να περιέχει όλα τα κλειδιά που περιέχει και ο σωρός. Η πληροφορία που συσχετίζεται με κάθε κλειδί στη Δ είναι ένας ακέραιος που αποτελεί δείκτη στη θέση του πίνακα του σωρού που περιέχει το κλειδί K .
- i. Ποιές δομές, από αυτές που έχετε διδαχθεί, θα επιλέγατε για να υλοποιήσετε τη Δ ώστε να μπορείτε να πραγματοποιήσετε τη διαγραφή του κλειδιού K από το σωρό σε χρόνο $O(\log n)$. [5M]
- ii. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τη ρουτίνα `Δ-HeapDelete(DataStructure Δ, Heap H, int K)`, η οποία διαγράφει το κλειδί K από το σωρό. Θεωρήστε ότι οι ρουτίνες `Insert()`, `Delete()` και `LookUp()` σας δίνονται για όλες τις δομές που έχετε διδαχθεί (και άρα μπορείτε να τις καλείτε χωρίς να χρειάζεται να γράψετε τον κώδικά τους). [5M]