

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2022-23
Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Παρασκευή, 2 Δεκεμβρίου 2022

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν μέχρι την Παρασκευή, 2 Δεκεμβρίου 2022, ώρα 11:59 πμ στο βοηθό του μαθήματος που θα κάνει ώρες γραφείου τη μέρα της παράδοσης για να παραλάβει τις ασκήσεις. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 11:59 πμ της Παρασκευής, 2/12/2022, θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin. Οι ασκήσεις που παραδίδονται ηλεκτρονικά θα πρέπει να είναι σε μορφή pdf, να είναι ευανάγνωστες και να περιέχουν σε όλες τις σελίδες το ονοματεπώνυμο και τον ΑΜ του/της φοιτητή/ήτριας στον/στην οποίο/α ανήκουν.

Άσκηση 1 [30 Μονάδες]

1. Αλγόριθμος Δημιουργίας Αντιγράφου Δένδρου

[10M]

Θεωρήστε ένα δυαδικό δένδρο T με n κόμβους και ύψος h . Ζητείται ένας αλγόριθμος, ο οποίος θα παίρνει ως όρισμα ένα δείκτη στη ρίζα του δένδρου T και θα δημιουργεί ένα αντίγραφο του. Επομένως, ο αλγόριθμος που θα σχεδιάσετε θα πρέπει να δημιουργεί ένα κλώνο του T , δηλαδή ένα νέο δένδρο που έχει την ίδια μορφή και περιέχει τα ίδια κλειδιά όπως το T . Κατά το πέρας της εκτέλεσης του αλγορίθμου, το T θα πρέπει να παραμένει αναλλοίωτο (δεν θα πρέπει να έχει αλλάξει).

α. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τον αλγόριθμό σας.

β. Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας και ποια η χωρική επιβάρυνση που αυτός επιφέρει;

2. Αλγόριθμος που παράγει ένα (όχι απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο από ένα δυαδικό δένδρο (που υλοποιεί το διατεταγμένο)

[20M]

Παρουσιάστε αλγόριθμο, ο οποίος θα παίρνει ως όρισμα έναν δείκτη στη ρίζα ενός δυαδικού δένδρου το οποίο υλοποιεί (ένα όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο. Υποθέστε ότι το διατεταγμένο δένδρο έχει βαθμό το πολύ K . Ο αλγόριθμος θα πρέπει να κατασκευάζει το μη-δυαδικό διατεταγμένο δένδρο, βάσει της αναπαράστασής του ως δυαδικό δένδρο. Κάθε κόμβος του νέου δένδρου που θα δημιουργηθεί, θα πρέπει, επομένως, να είναι μια εγγραφή (struct), όπως αυτή που φαίνεται στο Σχήμα 1(α).

Μετά το πέρας της εκτέλεσης του αλγορίθμου σας, το δυαδικό δένδρο που αναπαριστά το διατεταγμένο θα πρέπει να έχει παραμείνει αναλλοίωτο.

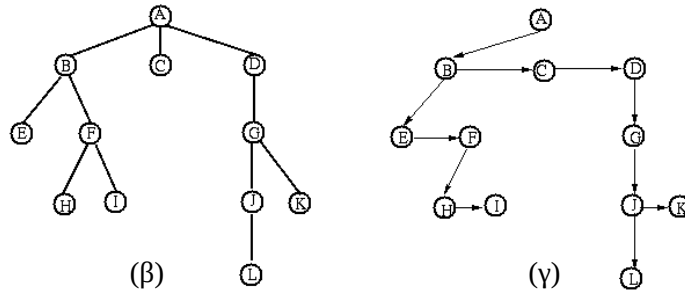
α. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τον αλγόριθμό σας.

β. Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας και ποια η χωρική επιβάρυνση που αυτός επιφέρει;

```

struct treenode {
    Key k;
    Info val;
    Struct treenode *children[K];
}

```



Σχήμα 1: (α). Η μορφή του struct του κόμβου του δένδρου που ζητείται στο Ερώτημα 2, (β)-(γ). Ο αλγόριθμος του Ερωτήματος 2 θα παράγει το δένδρο του σχήματος (β), δεδομένου του δένδρου που φαίνεται στο σχήμα (γ).

Άσκηση 2 [25 Μονάδες]

- α. Θεωρήστε ένα δυαδικό δένδρο T. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για έναν αλγόριθμο ο οποίος θα εξετάζει αν υπάρχει κόμβος στο T του οποίου το ύψος είναι το ίδιο με το βάθος του. Ο αλγόριθμος θα πρέπει να παίρνει ως παράμετρο έναν δείκτη στη ρίζα του T. [15M]
- β. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για μια διάσχιση που θα επισκέπτεται όλους τους κόμβους κατά επίπεδα και **από τα δεξιά προς τα αριστερά** σε κάθε επίπεδο. Για παράδειγμα, στο δένδρο του Σχήματος 1(β), η διάσχιση που θα σχεδιάσετε θα πρέπει να επισκέπτεται τους κόμβους με την εξής σειρά: A, D, C, B, G, F, E, K, J, I, H, L. [10M]

Σημείωση: Μπορείτε να θεωρήσετε πως κάθε συνάρτηση δύναται να επιστρέφει δύο τιμές, αν αυτό διευκολύνει τη συγγραφή του ψευδοκώδικα σας για τα παραπάνω ερωτήματα.

Άσκηση 3 [25 Μονάδες]

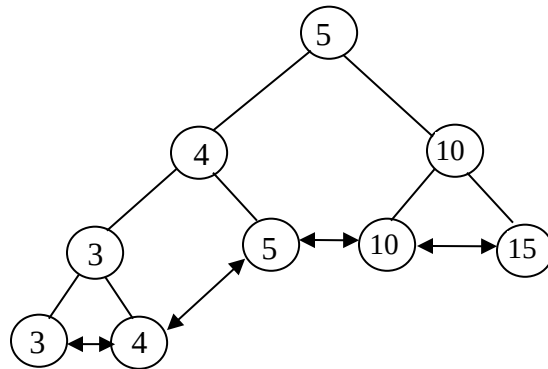
- α. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για έναν **μη αναδρομικό** αλγόριθμο που θα εκτελεί μεταδιατεταγμένη διάσχιση σε ένα απλά-συνδεδεμένο δυαδικό δένδρο. Ο αλγόριθμός σας επιτρέπεται να χρησιμοποιεί μια επιπρόσθετη βοηθητική δομή (στοίβα ή ουρά) για να πραγματοποιήσει τη διάσχιση. Θεωρήστε ότι η visit() τυπώνει απλά το κλειδί του κόμβου που επισκέπτεται. [20M]
- β. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για έναν **αναδρομικό** αλγόριθμο, ο οποίος όταν εκτελείται πάνω σε ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης θα τυπώνει τα κλειδιά του δένδρου σε φθίνουσα διάταξη. Ο αλγόριθμος θα πρέπει να παίρνει ως παράμετρο έναν δείκτη στη ρίζα του δένδρου. [5M]

Άσκηση 4 [20 Μονάδες]

Τα φυλλο-προσανατολισμένα δένδρα δυαδικής αναζήτησης (leaf-oriented search trees) αποτελούν μια εναλλακτική υλοποίηση του αφηρημένου τύπου δεδομένων Λεξικού. Ορίζονται ως εξής: (α) Όλα τα στοιχεία αποθηκεύονται στα φύλλα του δένδρου, από αριστερά προς τα δεξιά κατά μη φθίνουσα τιμή κλειδιού, και (β) οι εσωτερικοί κόμβοι αποθηκεύουν μόνο κλειδιά (που δεν αντιστοιχούν απαραίτητα σε κλειδιά στοιχείων του δένδρου), έτσι ώστε να ισχύει η κάτωθι αμετάβλητη συνθήκη σε κάθε κόμβο ν:

το κλειδί του αριστερού παιδιού του ν είναι μικρότερο ή ίσο από αυτό του ν,
ενώ το δεξιό παιδί του ν διαθέτει κλειδί μεγαλύτερο από εκείνο του ν

Παρατηρήστε ότι βάσει του ορισμού, οι εσωτερικοί κόμβοι έχουν και τους δύο δείκτες μη κενούς, ενώ και οι δύο δείκτες των φύλλων είναι κενοί. Ένα παράδειγμα φυλλο-προσανατολισμένου δένδρου παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Θεωρήστε ότι τα φύλλα του φυλλοπροσανατολισμένου δένδρου συνδέονται σε μια διπλά-συνδεδεμένη λίστα, όπου ο next δείκτης ενός φύλλου με κλειδί K δείχνει στο κόμβο που περιέχει το φύλλο με το αμέσως μεγαλύτερο κλειδί από εκείνο του K .

Παρουσιάστε αλγορίθμους εισαγωγής, διαγραφής και αναζήτησης σε φυλλο-προσανατολισμένα δένδρα των οποίων τα φύλλα συνδέονται σε λίστα.

[Εισαγωγή: 10M, Διαγραφή: 7M, Αναζήτηση: 3M]

Υπόδειξη: Παρατηρήστε ότι η αναζήτηση καταλήγει πάντα σε κάποιο φύλλο v . Στην περίπτωση της εισαγωγής, το φύλλο αυτό θα πρέπει να αντικατασταθεί από ένα υποδένδρο το οποίο απαρτίζεται από έναν εσωτερικό κόμβο και δύο φύλλα εκ των οποίων το ένα αποθηκεύει το προς εισαγωγή κλειδί, ενώ το άλλο είναι το κλειδί του v . Στην περίπτωση της διαγραφής, το φύλλο v πρέπει να διαγραφεί μαζί με το γονικό του κόμβο.