

HY240: Δομές Δεδομένων

Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2020-21

Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Παρασκευή, 8 Ιανουαρίου 2021

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin μέχρι την Παρασκευή, 8 Ιανουαρίου 2021, ώρα 23:59. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 23:59 της Παρασκευής, 8 Ιανουαρίου 2021, θεωρούνται εκπρόθεσμες.

Άσκηση 1 [25 μονάδες]

- α. Έστω ένα ταξινομημένο δυαδικό δένδρο T , όπου για κάθε κόμβο του, v , το μήκος $d_{\max}(v)$ του μακρύτερου μονοπατιού από τον v προς οποιοδήποτε φύλλο είναι **το πολύ** διπλάσιο του μήκους $d_{\min}(v)$ του συντομότερου μονοπατιού από τον v προς οποιοδήποτε φύλλο. Επιχειρηματολογήστε πως οι κόμβοι του T μπορούν να χρωματιστούν κατάλληλα ώστε το T να αποτελέσει **κοκκινόμαυρο** δένδρο. [10%]
- β. Περιγράψτε την εκτέλεση της `InitializeHeap()` πάνω στον πίνακα $A = [29, 15, 22, 14, 12, 13, 10, 6, 9, 8, 5, 2, 11, 4]$. Η περιγραφή θα πρέπει να ακολουθεί εκείνη που παρουσιάζεται στη διαφάνεια 9 της Ενότητας «Ταξινόμηση». Συγκεκριμένα, θα πρέπει να περιγράψετε τι περιέχει ο πίνακας A μετά από την εκτέλεση κάθε ανακύκλωσης της `for` της `InitializeHeap()`. [15%]

Άσκηση 2 [30 Μονάδες]

- α. Ποιο είναι το μεγαλύτερο και ποιο το μικρότερο πλήθος εσωτερικών κόμβων σε ένα κοκκινόμαυρο δένδρο με μαύρο ύψος k ; [10%]
- β. Ποιο είναι το μεγαλύτερο και ποιο το μικρότερο πλήθος κόμβων σε ένα σωρό με ύψος h ; [10%]
- γ. Να βρεθούν οι πιθανές θέσεις του 3^{ου} μικρότερου και του μεγαλύτερου κλειδιού σε σωρό με 256 κλειδιά. [10%]

Άσκηση 3 [20 Μονάδες]

Παρουσιάστε αλγόριθμο (υπό τη μορφή ψευδοκώδικα) που θα ανταλλάζει δύο στοιχεία ενός σωρού H (δηλαδή ζητείται μια υλοποίηση της `HeapSwapElements(H, j, k)` η οποία θα ανταλλάζει το στοιχείο με δείκτη j του σωρού με εκείνο με δείκτη k . Μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου σας, θα πρέπει ο σωρός να έχει την ιδιότητα της μερικής διάταξης (δηλαδή ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να εκτελεί κατάλληλες ενέργειες μετά την ανταλλαγή των στοιχείων ώστε να επαναφέρει την ιδιότητα της μερικής διάταξης, αν αυτή έχει καταστρατηγηθεί. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να εκτελείται σε χρόνο $O(\log n)$). [20%]

Άσκηση 4 [25 μονάδες]

- α. Να παρουσιαστεί αλγόριθμος που θα δέχεται ως είσοδο ένα (2,3)-δένδρο και θα δίνει ως έξοδο δύο (2,3)-δένδρα, τα οποία περιέχουν μαζί όλα τα κλειδιά του αρχικού δένδρου και επιπρόσθετα οι τιμές των κλειδίων του ενός είναι μεγαλύτερες από τις τιμές των κλειδίων του άλλου. Ο αλγόριθμος πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(\log n)$, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων του αρχικού (2,3)-δένδρου. [15%]
- β. Δίδεται πίνακας μεγέθους N , του οποίου κάθε ένα από τα N στοιχεία, είναι ένα ζεύγος (x,y) που αναπαριστά ένα σημείο στο χώρο με ακέραιες συντεταγμένες x, y . Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για έναν αλγόριθμο που θα βρίσκει και θα διαγράφει από τον πίνακα τα σημεία με τις ίδιες συντεταγμένες. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να εκτελείται σε χρόνο $O(n \log n)$. [10%]

Παράδειγμα: Θεωρήστε πως ο αρχικός πίνακας είναι 10 θέσεων και περιέχει τα στοιχεία (1,3), (9,11), (6,7), (1,3), (5,6), (9,11), (7,8), (1,3), (9,11), (6,7). Μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου σας, ο πίνακας πρέπει να περιέχει έγκυρα στοιχεία στις 5 πρώτες θέσεις του, ενώ στις υπόλοιπες θέσεις του πρέπει να περιέχει την τιμή $\langle -1, -1 \rangle$. Τα 5 έγκυρα στοιχεία του πίνακα είναι τα (1,3), (5,6), (6,7), (7,8), (9,11). Δεν είναι απαραίτητο η σειρά με την οποία εμφανίζονται τα στοιχεία αυτά στις πέντε πρώτες θέσεις του πίνακα να είναι ίδια με αυτή που εμφανίζονταν στον αρχικό πίνακα.