

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2020-19
Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 30 Νοεμβρίου 2020

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin μέχρι τη Δευτέρα, 30 Νοεμβρίου 2020, ώρα 10:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 10:00 της Δευτέρας, 30/11/2020 θεωρούνται εκπρόθεσμες.

Άσκηση 1 [30 μονάδες]

α. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για αναδρομικό αλγόριθμο που ελέγχει αν ένα δυαδικό δένδρο είναι τέλειο. [15%]

β. Παρουσιάστε αλγόριθμο που θα παίρνει ως όρισμα έναν δείκτη στη ρίζα ενός δυαδικού δένδρου T το οποίο υλοποιεί (ένα όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο και έναν ακέραιο k . Ο αλγόριθμός που θα σχεδιάσετε πρέπει να εξετάζει αν όλοι οι κόμβοι που βρίσκονται σε βάθος k στο διατεταγμένο δένδρο (το οποίο υλοποιείται από το δυαδικό δένδρο) έχουν τον ίδιο βαθμό (δηλαδή τον ίδιο αριθμό παιδιών). Αν αυτό ισχύει, ο αλγόριθμος θα πρέπει να επιστρέφει TRUE, διαφορετικά θα επιστρέφεται FALSE. [15%]

Άσκηση 2 [40 Μονάδες]

Θεωρήστε ένα δυαδικό ταξινομημένο δένδρο (δένδρο δυαδικής αναζήτησης), κάθε κόμβος του οποίου περιέχει εκτός από τα πεδία `key` και `info` και ένα πεδίο `cnt` που αποθηκεύει έναν ακέραιο. Το δένδρο εξασφαλίζει την εξής ιδιότητα που ονομάζουμε **ιδιότητα μετρητών του δένδρου**:

«Ο ακέραιος `cnt` κάθε κόμβου v του δένδρου αποθηκεύει το πλήθος των κόμβων που περιέχονται στο αριστερό υποδένδρο του v .»

Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για την υλοποίηση των ακόλουθων λειτουργιών στο δένδρο:

α. Εύρεση του συνολικού αριθμού των κόμβων του δένδρου. Ο αλγόριθμός σας θα παίρνει ως παράμετρο έναν δείκτη στη ρίζα του δένδρου και θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(h)$, όπου h είναι το ύψος του δένδρου. [10%]

β. Εισαγωγή νέου κόμβου με κλειδί k στο δένδρο. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να ενημερώνει κατάλληλα τους μετρητές όποιων κόμβων χρειάζεται ώστε η ιδιότητα των μετρητών να παραμένει αναλλοίωτη (δηλαδή να εξακολουθεί να ισχύει) μετά την εισαγωγή. [15%]

γ. Λειτουργία `Split(D, k)`, η οποία πραγματοποιεί διάσπαση του λεξικού D σε δύο νέα λεξικά D_1 και D_2 ώστε το πρώτο να αποτελείται από τα k μικρότερα κλειδιά στο D και το δεύτερο από όσα κλειδιά απομένουν. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να παίρνει ως ορίσματα ένα δείκτη στη ρίζα του ταξινομημένου δένδρου που αναπαριστά το λεξικό D και έναν ακέραιο k και να επιστρέφει δύο δείκτες στις ρίζες των ταξινομημένων δένδρων που θα αναπαριστούν τα λεξικά D_1 και D_2 . [15%]

Υπόδειξη: i) Για την Split(), θα πρέπει να διανύσετε ένα κατάλληλο μονοπάτι για το k , αποκόβοντας τους δείκτες που βρίσκονται αριστερά και δεξιά του μονοπατιού. Κατόπιν, συγχωνεύστε τα δένδρα του προκύπτοντος δάσους.

Όλοι οι αλγόριθμοι που θα παρουσιάσετε (στα τρία παραπάνω ερωτήματα) θα πρέπει να εκτελούνται σε $O(h)$ χρόνο, όπου h είναι το ύψος του δένδρου.

Άσκηση 3 [15 Μονάδες]

Θεωρήστε δύο ταξινομημένα δυαδικά δένδρα (δηλαδή δύο δένδρα δυαδικής αναζήτησης), έστω T_1 και T_2 . Ζητείται αλγόριθμος ο οποίος θα συγχωνεύει τα δύο δένδρα σε ένα, σε χρόνο $O(n_1 + n_2)$, όπου n_1 και n_2 είναι το πλήθος των κόμβων του T_1 και του T_2 , αντίστοιχα. Το τελικό δένδρο θα πρέπει να έχει ύψος $O(\log(n_1 + n_2))$.

Υπόδειξη: Τοποθετήστε τα στοιχεία του T_1 σε έναν πίνακα, ο οποίος θα είναι ταξινομημένος σε αύξουσα διάταξη, σε χρόνο $O(n_1)$. Τοποθετήστε τα στοιχεία του T_2 σε έναν δεύτερο πίνακα, ο οποίος θα είναι επίσης ταξινομημένος σε αύξουσα διάταξη, σε χρόνο $O(n_2)$. Συγχωνεύστε τα στοιχεία των δύο πινάκων σε έναν τρίτο πίνακα ο οποίος θα είναι επίσης ταξινομημένος σε αύξουσα διάταξη. Η συγχώνευση θα πρέπει να πραγματοποιείται σε χρόνο $O(n_1 + n_2)$. Βάσει του τρίτου πίνακα, φτιάξτε το δένδρο T που θα περιέχει και τα στοιχεία του T_1 και εκείνα του T_2 . Το T θα πρέπει να έχει ύψος $O(\log(n_1 + n_2))$.

Άσκηση 4 [15 μονάδες]

Παρουσιάστε ψευδοκώδικα ο οποίος θα ελέγχει αν ένα δυαδικό δένδρο, κάθε κόμβος του οποίου αποθηκεύει μια επιπρόσθετη μεταβλητή, color, τύπου boolean, ικανοποιεί την ιδιότητα 5 (σύμφωνα με τις διαφάνειες) ενός κοκκινόμαυρου δένδρου.