

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2020-21
Παναγιώτα Φατούρου

1^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 12 Οκτωβρίου 2020

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος). Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 10:00 της Δευτέρας, 12/10/2020 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin.

Άσκηση 1 [35 μονάδες]

α. Έστω $p(n) = a_2 n^2 + a_1 n + a_0$ πολυώνυμο βαθμού 2, όπου $a_2 > 0$. Να δειχθεί ότι $p(n) = \Theta(n^2)$. [11M]

β. Για κάθε συνάρτηση $f(n)$ παρακάτω, βρείτε την απλούστερη συνάρτηση $g(n)$ τ.ω. $f(n) = \Theta(g(n))$. Δικαιολογήστε την απάντησή σας. [12M]

i. $f(n) = (n^3 \log n + n^2)(\log^2 n + \log n)$

ii. $f(n) = \log(n^3 + 4) + \log 2^{15}$

iii. $f(n) = n^3(\log^3 n + \sqrt{n} \log n)$

γ. Βρείτε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς και ποιες ψευδείς. Δικαιολογήστε την απάντησή σας. [12M]

i. $n \log \log n = \Omega(n \log^2 n)$

ii. $n \log(\sqrt[3]{n}) = \Theta(n \log n)$

iii. $2^5 n = O(n^2)$

Άσκηση 2 [30 μονάδες]

Βρείτε το πλήθος των φορών $T(n)$ που θα εκτελεστεί η εντολή “ $x = x+1$ ” σε κάθε έναν από τους παρακάτω κώδικες. Μελετήστε την τάξη του $T(n)$ (βάσει των συμβολισμών O , Ω και Θ).

α.

```
Procedure Mystery(integer n) {  
    for (i=1; i <= n2; i++) do  
        for (j = n; j >= n/2; j--) do  
            for (k = j; k <= n; k++) do x = x+1;  
}
```

β.

```
Procedure Puzzle(int n) {
```

```

    for (i = 1; i <=  $\sqrt{n}$ ; i++) do
        for (k =  $n^2$ ; k >= i; k--) do
            for (m = 1; m <=  $2 * \log^2 n$ ; m = m+2) do x = x+1;
    }
γ. Procedure FindMyComplexity2(int n) {
    for (i = n; i <=  $n^3$ ; i++) do
        for (k = i; k <=  $2^n$ ; k++) do x = x+1;
}

```

Άσκηση 3 [35 μονάδες]

α. Θεωρήστε τον ακόλουθο αλγόριθμο:

[25M]

```

procedure Mystery(integer A[], integer i, integer j, integer x) {
    int cnt = 0;
    int tmp = 0;

    if (i <= j) {
        if (A[i] == x) then cnt = cnt + 1;
        tmp = Mystery(A, i+1, j, x);
    }
    return (cnt + tmp);
}

```

- i. Ιχνηλατίστε την `Mystery(A, 0, 7, 5)` για την περίπτωση που $A = [5, 5, 3, 9, 5, 1, 9, 5]$ και $x = 5$.
 - ii. Εξηγήστε ποιο πρόβλημα επιλύει η `Mystery()`. Παρουσιάστε σύντομη περιγραφή του τρόπου λειτουργίας της.
 - iii. Διατυπώστε μια αναδρομική σχέση για το χρόνο εκτέλεσης της `Mystery()`.
 - iv. Επιλύστε την αναδρομική σχέση που προτείνετε στο ερώτημα iii. και μελετήστε την τάξη της χρονικής πολυπλοκότητας της `Mystery()`.
 - v. Ποια είναι η χωρική πολυπλοκότητα της `Mystery()` (δηλαδή πόση μνήμη απαιτείται για να εκτελεστεί);
- β. Θεωρήστε την αναδρομική σχέση $T(n) = 3T(n/3) + 5$ (όπου $T(1) = 1$).
- [10M]
- i. Βρείτε κλειστό τύπο για την $T(n)$ χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της επαναληπτικής αντικατάστασης.
 - ii. Τι τάξης είναι η $T(n)$. Αποδείξτε επαγωγικά τον ισχυρισμό σας.
 - iii. Σχεδιάστε και μελετήστε την $T(n)$ βάσει του δένδρου αναδρομής.