

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2019-20
Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Πέμπτη, 9/1/2020

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, την Πέμπτη, 9 Ιανουαρίου 2020, ώρα 15:00-16:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Πέμπτης, 9/1/2020 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin.

Άσκηση 1 [29 μονάδες]

α. Θεωρήστε ένα (2,3)-δένδρο με ύψος 2 για το οποίο ισχύουν τα εξής:

[12M]

- Η ρίζα είναι ένας 3-κόμβος.
- Ο αριστερός και δεξιός θυγατρικός κόμβος της ρίζας είναι 2-κόμβοι, ενώ ο μεσαίος θυγατρικός κόμβος είναι 3-κόμβος.
- Όλοι οι κόμβοι του δεξιού υποδένδρου της ρίζας είναι 2-κόμβοι.
- Τα κλειδιά που αποθηκεύονται στους κόμβους του δένδρου είναι ακέραιοι αριθμοί. Το μικρότερο κλειδί στο δένδρο είναι το 2. Η διαφορά του κλειδιού οποιουδήποτε κόμβου από το κλειδί του επόμενου του κόμβου στην ενδοδιατεταγμένη διάταξη είναι 2 (π.χ. τα τρία μικρότερα κλειδιά στο δένδρο είναι τα 2, 4, 6).
- Το δένδρο έχει 16 κλειδιά και τα κλειδιά 14 και 16 είναι αποθηκευμένα μαζί σε ένα από τα φύλλα του δένδρου. Επίσης, τα κλειδιά 2 και 4 είναι αποθηκευμένα μαζί σε ένα από τα φύλλα του δένδρου.

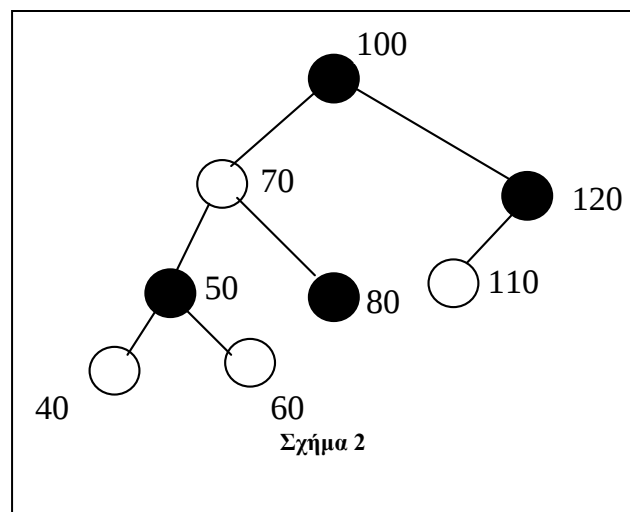
(i) Σχεδιάστε το δένδρο.

(ii) Εισάγεται το κλειδί 5 στο δένδρο και το κλειδί 15 στο δένδρο που προκύπτει μετά την εισαγωγή του 5.

(iii) Διαγράψτε το κλειδί 28 από το δένδρο που σχεδιάσατε στο ερώτημα (i).

β. Θεωρήστε ότι το δένδρο του Σχήματος 2 είναι ένα AVL δένδρο (δηλαδή αγνοήστε το χρώμα των κόμβων). Διαγράψτε το κλειδί 80. Διαγράψτε το κλειδί 110 από το δένδρο που προκύπτει μετά τη διαγραφή του 80. Εισάγεται το κλειδί 55 στο AVL δένδρο του Σχήματος 2.

[9M]



γ. Εισάγεται το κλειδί 45 στο κόκκινο-μαύρο δένδρο του Σχήματος 1. Διαγράψτε το κλειδί 80 από το κοκκινόμαυρο δένδρο του Σχήματος 2.

[8M]

Σημείωση: Στα παραπάνω ερωτήματα **πρέπει να παρουσιάσετε όλη τη διαδικασία** που ακολουθείτε προκειμένου να καταλήξετε στο τελικό δένδρο (οι περιστροφές όπου χρειάζονται θα πρέπει επίσης να περιγραφούν αναλυτικά).

Άσκηση 2 [21 Μονάδες]

Θεωρήστε έναν πίνακα κατακερματισμού στον οποίο οι συγκρούσεις επιλύονται με τη μέθοδο του (μη-ταξινομημένου) διπλού κατακερματισμού, όπου $h_1(\text{Key } K)$ είναι η πρωτεύουσα συνάρτηση κατακερματισμού και $h_2(\text{Key } K)$ είναι η δευτερεύουσα συνάρτηση κατακερματισμού.

Γράψτε ψευδοκώδικα που θα υλοποιεί τη συνάρτηση `DoubleHash-Delete(HashTable A, Key K)`, η οποία θα πρέπει να διαγράφει το κλειδί K από τον πίνακα κατακερματισμού A . Επιπρόσθετα, παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τις ρουτίνες `DoubleHash-Insert()` και `DoubleHash-Search()`, οι οποίες πρέπει να χειρίζονται πλέον και την περίπτωση κενών θέσεων που προηγουμένως περιείχαν κλειδιά που έχουν πλέον διαγραφεί.

Άσκηση 3 [20 μονάδες]

Ένας d -αδικός σωρός είναι παρόμοιος με έναν δυαδικό σωρό αλλά κάθε κόμβος μπορεί να έχει d παιδιά αντί για δύο.

- α. Πως θα υλοποιούσατε έναν d -αδικό σωρό με πίνακα (παρουσιάστε πως θα κάνατε την αρίθμηση των κόμβων καθώς και πως θα υλοποιούσατε τις λειτουργίες `children(v)`, `parent(v)`, και όλες τις υπόλοιπες που έχουμε διδαχθεί για πλήρη δένδρα). [7%]
- β. Πως εκφράζεται το ύψος ενός d -αδικού σωρού ως συνάρτηση του n και του d ; [5%]
- γ. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για την `Insert()` σε έναν d -αδικό σωρό. [8%]

Άσκηση 4 [30 μονάδες]

- α. Παρουσιάστε αλγόριθμο που θα υλοποιεί μια στοίβα χρησιμοποιώντας μια ουρά προτεραιότητας. [10%]
- β. Προτείνετε μια αναδρομική διαδικασία η οποία, δοθέντος ενός πίνακα n στοιχείων, χτίζει την αντίστοιχη ουρά προτεραιότητας σωρού. [10%]
- γ. Δείξτε ότι η αλλαγή προτεραιότητας ενός οποιουδήποτε στοιχείου ενός σωρού μπορεί να πραγματοποιηθεί σε χρόνο $O(\log n)$, αν παρέχεται ένας δείκτης στον κόμβο του οποίου η προτεραιότητα αλλάζει (δηλαδή, ζητείται μια υλοποίηση της `HeapChangePriority(H, j)`, η οποία αλλάζει την προτεραιότητα, δηλαδή το κλειδί, του στοιχείου με δείκτη j από το σωρό σε χρόνο $O(\log n)$). [10%]