

HY240: Δομές Δεδομένων

Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2018-19

Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 7 Ιανουαρίου 2019

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, την Δευτέρα, 7 Ιανουαρίου 2019, ώρα 15:00-16:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Δευτέρας, 7/1/2019 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin.

Άσκηση 1 [40 μονάδες]

α. Θεωρήστε ένα (2,3)-δένδρο με ύψος 3 για το οποίο ισχύουν τα εξής:

[10M]

- Η ρίζα είναι ένας 2-κόμβος.
- Όλοι οι κόμβοι στο αριστερό υποδένδρο της ρίζας είναι 2-κόμβοι.
- Όλοι οι κόμβοι στο δεξιό υποδένδρο της ρίζας είναι 3-κόμβοι.
- Τα κλειδιά που αποθηκεύονται στους κόμβους του δένδρου είναι ακέραιοι αριθμοί. Το μικρότερο κλειδί στο δένδρο είναι το 2. Η διαφορά του κλειδιού οποιουδήποτε κόμβου από το κλειδί του επόμενου του κόμβου στην ενδοδιατεταγμένη διάταξη είναι 3 (π.χ. τα τρία μικρότερα κλειδιά στο δένδρο είναι τα 2, 5, 8).

(i) Σχεδιάστε το δένδρο.

(ii) Εισάγετε το κλειδί 51 στο δένδρο.

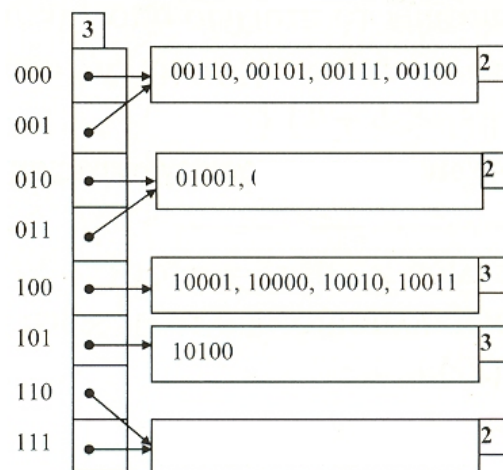
(iii) Διαγράψτε το κλειδί 8 από το δένδρο που σχεδιάσατε στο ερώτημα (i).

β. (i) Εισάγετε το κλειδί 00000 στον επεκτάσιμο πίνακα κατακερματισμού του Σχήματος 1 για τον οποίο ισχύει ότι $b = 4$. [15M]

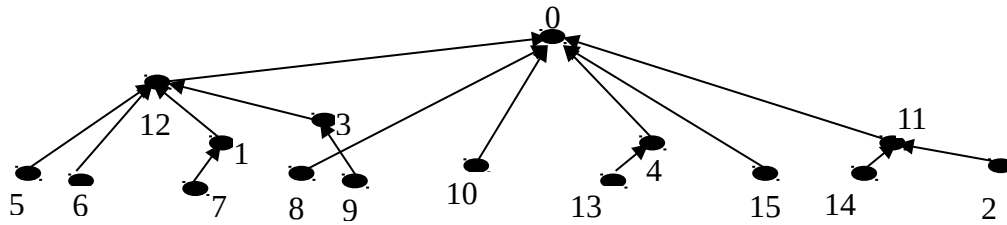
(ii) Διαγράψτε το κλειδί 10100 από τον πίνακα εκτεταμένου κατακερματισμού του Σχήματος 1.

(iii) Διαγράψτε τα κλειδιά 00110, 01001, από τον πίνακα εκτεταμένου κατακερματισμού που προκύπτει μετά τη διαγραφή του ερωτήματος (ii).

γ. Ξεκινώντας από τα 16 μονοσύνολα $S_j = \{j\}$ όπου $0 \leq j \leq 15$ παρουσιάστε μια ακολουθία λειτουργιών Union-Find η οποία αν εφαρμοστεί στα μονοσύνολα να προκύπτει το ur-δένδρο που φαίνεται στο Σχήμα 2. Είναι η ακολουθία που παρουσιάσατε μοναδική και γιατί; [15M]



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Άσκηση 2 [20 Μονάδες]

1. Θεωρήστε ένα AVL δένδρο T που σε κάθε κόμβο του u είναι αποθηκευμένος ο αριθμός των κόμβων του αριστερού υποδένδρου του u . Δώστε αλγόριθμους που να υλοποιούν τις εξής λειτουργίες σε χρόνο $O(\log n)$, όπου n είναι ο αριθμός των κόμβων του δένδρου:
 - α. $\text{Access}(T, i)$: επιστρέφει το i -οστό μικρότερο στοιχείο του δένδρου.
 - β. $\text{Length}(T)$: επιστρέφει $|T|$, τον αριθμό των κόμβων του δένδρου.

Άσκηση 3 [20 μονάδες]

Έστω ένα κόκκινο-μαύρο δένδρο T με μαύρο ύψος b_h και έστω n ο αριθμός των κόμβων του. Έστω k ένας ακέραιος τέτοιος ώστε $b_h > k$. Περιγράψτε αλγόριθμο με χρονική πολυπλοκότητα $O(\log n)$ που βρίσκει το μαύρο κόμβο με το μεγαλύτερο κλειδί μεταξύ εκείνων που έχουν μαύρο ύψος k στο T . Το μαύρο ύψος ενός κόμβου v είναι ο αριθμός των μαύρων κόμβων σε οποιοδήποτε μονοπάτι από τον v προς οποιοδήποτε φύλλο (μη συμπεριλαμβανομένου του v).

Άσκηση 4 [20 μονάδες]

Δείξτε ότι η αλλαγή προτεραιότητας ενός οποιουδήποτε στοιχείου ενός σωρού μπορεί να πραγματοποιηθεί σε χρόνο $O(\log n)$, αν παρέχεται ένας δείκτης στον κόμβο του οποίου η προτεραιότητα αλλάζει (δηλαδή, ζητείται μια υλοποίηση της $\text{HeapChangePriority}(H, j, k)$, η οποία αλλάζει την προτεραιότητα, δηλαδή το κλειδί, του στοιχείου με δείκτη j από το σωρό στην τιμή k , σε χρόνο $O(\log n)$).