

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2018-19
Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 3 Δεκεμβρίου 2018

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, την Δευτέρα, 3 Δεκεμβρίου 2018, ώρα 15:00-16:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Δευτέρας, 3/12/2018, θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin. Εναλλακτικά, εκπρόθεσμες ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν στη διδάσκουσα του μαθήματος. Λύσεις ασκήσεων που αποστέλλονται μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου δεν θα γίνονται δεκτές.

ΙΣΧΥΡΗ ΠΑΡΟΤΡΥΝΣΗ: ΕΡΓΑΣΤΕΙΤΕ ΠΑΝΩ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΠΡΟΟΔΟ, ΑΦΟΥ ΑΥΤΕΣ ΑΦΟΡΟΥΝ ΥΛΗ ΠΟΥ ΘΑ ΕΞΕΤΑΣΤΕΙ ΣΤΗΝ ΠΡΟΟΔΟ.

Άσκηση 1 [30 μονάδες]

- α. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για έναν αλγόριθμο αναζήτησης κλειδιού σε ένα **μη-ταξινομημένο** δυαδικό δένδρο. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να επιστρέφει ένα δείκτη προς τον κόμβο, v , που περιέχει το κλειδί που αναζητείται (αν το κλειδί υπάρχει στο δένδρο) ή NULL διαφορετικά. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει επιπρόσθετα να επιστρέφει ένα δείκτη στο γονικό κόμβο του κόμβου v (ή NULL αν ο v είναι η ρίζα). Για την εύρεση των δύο δεικτών θα πρέπει να πραγματοποιείται μία μόνο διάσχιση του δένδρου. [15%]
- β. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για έναν αλγόριθμο που θα παίρνει ως ορίσματα (1) ένα δείκτη R στη ρίζα ενός δυαδικού δένδρου T το οποίο υλοποιεί (ένα όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο και (2) ένα κλειδί K . Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να επιστρέφει το βάθος του κόμβου που περιέχει το κλειδί K **στο (όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο** ή 0 αν δεν υπάρχει κόμβος με κλειδί K στο δένδρο. [15%]

Άσκηση 2 [30 μονάδες]

- α. Έστω ότι ένα ταξινομημένο δυαδικό δένδρο T περιέχει 14 κόμβους. Η μετα-διατεταγμένη διάσχιση πάνω στο T δίνει τα κλειδιά με την εξής σειρά: 10, 20, 15, 25, 35, 30, 5, 55, 50, 60, 70, 65, 45, 40. Σχεδιάστε το δένδρο. Εξηγήστε τον αλγόριθμο που ακολουθήσατε για να πραγματοποιήσετε τη σχεδίαση. [10%]
- β. Δίνεται ένα δυαδικό ταξινομημένο δένδρο T (το T είναι δένδρο δυαδικής αναζήτησης). Παρουσιάστε αλγόριθμο ($\text{Split}(T, x, T1, T2)$) ο οποίος θα διασπά το δένδρο T σε δύο νέα δένδρα $T1$ και $T2$ έτσι ώστε το $T1$ να αποτελείται από τα κλειδιά του T που είναι μικρότερα του x ενώ το $T2$ να αποτελείται από τα κλειδιά του T που είναι μεγαλύτερα του x . Η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας θα πρέπει να είναι $O(h)$, όπου h είναι το ύψος του T . [20%]

Άσκηση 3 [40 Μονάδες]

Έστω ότι ένα σύνολο υλοποιείται ως ένα πλήρες, μη ταξινομημένο, απλά συνδεδεμένο, δυαδικό δένδρο. Επίσης, η υλοποίηση χρησιμοποιεί ένα μετρητή, n , που αποθηκεύει πόσα στοιχεία έχει το δένδρο την τρέχουσα χρονική στιγμή και έναν ακέραιο, h , που αποθηκεύει το ύψος του δένδρου.

- α. Παρουσιάστε αλγόριθμο που θα βρίσκει το δεξιότερο φύλλο του χαμηλότερου επιπέδου του δένδρου σε χρόνο $\Theta(\log n)$, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων του δένδρου. [10M]
- β. Παρουσιάστε αλγόριθμο εισαγωγής ενός κλειδιού K στο σύνολο. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $\Theta(\log n)$. [15M]
- γ. Παρουσιάστε αλγόριθμο διαγραφής ενός κλειδιού K από το σύνολο. [15M]

Σημείωση: Για το ερώτημα α. μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την αρίθμηση που είχε παρουσιαστεί για στατικά πλήρη δένδρα στην Ενότητα 3 ώστε να υπολογίσετε (κάνοντας απλά πράξεις) ένα bit string που θα εκφράζει το αν μετακινήστε από αριστερή ή δεξιά ακμή καθώς ανεβαίνετε από το δεξιότερο φύλλο του χαμηλότερου επιπέδου του δένδρου προς τη ρίζα. Στην συνέχεια, διαβάζοντας με ανάποδη φορά το μονοπάτι αυτό, γνωρίζετε αν πρέπει να μετακινηθείτε προς τα αριστερά ή δεξιά (ξεκινώντας από τη ρίζα) για να φτάσετε σ' αυτό το φύλλο.

Μετά από κάθε εισαγωγή ή διαγραφή, το δένδρο δεν θα πρέπει να παύει να είναι πλήρες. Επίσης, οι μεταβλητές n και h θα πρέπει να ενημερώνονται κατάλληλα.

Σημειώσεις

1. Ο ψευδοκώδικας για κάθε έναν από τους αλγορίθμους που ζητούνται επιτρέπεται να καλεί βοηθητικές συναρτήσεις/ρουτίνες. Ωστόσο, σ' αυτή την περίπτωση, θα πρέπει να παρουσιαστεί ψευδοκώδικας για τις συναρτήσεις/ρουτίνες που θα καλούνται.
2. Επίσης, μπορείτε να θεωρήσετε πως κάθε συνάρτηση δύναται να επιστρέφει δύο τιμές (π.χ. δύο δείκτες), αν αυτό διευκολύνει τη συγγραφή του ψευδοκώδικα σας.