

Ενότητα 2

Πίνακες

Πίνακες

Ένας **πίνακας** είναι μια δομή δεδομένων που αποθηκεύει μια ακολουθία από διαδοχικά αριθμημένα αντικείμενα ίδιου τύπου, η οποία μπορεί να συμπεριλάβει μέχρι ένα προκαθορισμένο μέγιστο αριθμό αντικειμένων.

Πιο φορμαλιστικά:

- Έστω s, u δύο ακέραιοι.
- Συμβολίζουμε με $s..u$ το σύνολο των ακεραίων j τ.ω. $s \leq j \leq u$ (δηλαδή το **διάστημα ακεραίων** $s..u$).
- Ένας πίνακας είναι μια συνάρτηση 1-1 και επί με πεδίο ορισμού ένα πεπερασμένο διάστημα ακεραίων, που λέγεται **σύνολο δεικτών**, και πεδίο τιμών ένα σύνολο από αντικείμενα (τα στοιχεία του πίνακα).
- Αν ο A είναι ένας πίνακας και j είναι ένας ακέραιος (δείκτης) στο σύνολο δεικτών του A , συμβολίζουμε με $A[j]$ το στοιχείο του A που βρίσκεται στη θέση j .

Λειτουργίες σε Πίνακες

- **Access(A,j)**: επιστρέφει το στοιχείο $A[j]$
- **Length(A)**: επιστρέφει το πλήθος των στοιχείων του A
- **Assign(A,j,v)**: εκτελεί τη λειτουργία $A[j] = v$
- **Initialize(A,a)**: Αρχικοποιεί κάθε στοιχείο του A στην τιμή v
- **Iterate(A,f)**: Εφαρμόζει την συνάρτηση f σε κάθε στοιχείο του A , ξεκινώντας από εκείνο που δεικτοδοτείται από το μικρότερο δείκτη του συνόλου δεικτών και καταλήγοντας σε εκείνο που δεικτοδοτείται από το μεγαλύτερο δείκτη.

HY240 - Παναγιώτα Φατούρου

3

Πολυδιάστατοι Πίνακες

- Ένας **δυδιάστατος** πίνακας ορίζεται ως ο μονοδιάστατος πίνακας του οποίου τα στοιχεία είναι μονοδιάστατοι πίνακες.

- Ένας d -διάστατος πίνακας ορίζεται ως ο μονοδιάστατος πίνακας του οποίου τα στοιχεία είναι $(d-1)$ -διάστατοι πίνακες.

- Αν $\langle j_1, \dots, j_d \rangle$ είναι ένα διάνυσμα d ακεραίων που ανήκει στο σύνολο δεικτών ενός d -διάστατου πίνακα A , τότε $A[j_1, \dots, j_d]$ είναι το στοιχείο του πίνακα A που βρίσκεται στη θέση j_2 του $(d-1)$ -διάστατου υποπίνακα $A[j_1]$ (που αντιστοιχεί στη θέση j_1 του A), στη θέση j_3 στον $(d-2)$ -διάστατο πίνακα $A[j_1, j_2]$ (που αντιστοιχεί στη θέση j_2 του $A[j_1]$), ..., στη θέση j_d στο μονοδιάστατο πίνακα $A[j_1, j_2, \dots, j_{d-1}]$ (που αντιστοιχεί στη θέση j_{d-1} του $A[j_1, \dots, j_{d-2}]$).

Πίνακας A

	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

Α[1,3]

HY240 - Παναγιώτα Φατούρου

4

Πίνακες στη C

- Στη C, οι πίνακες δεικτοδοτούνται ξεκινώντας από το 0 και το όνομα ενός πίνακα είναι και δείκτης στο 1ο στοιχείο του.
- Αν συμβολίσουμε με b το μέγεθος ενός στοιχείου του πίνακα A , τότε το j -οστό στοιχείο του πίνακα είναι το $A[j-1]$ και βρίσκεται στη διεύθυνση $A + b*(j-1)$.
- Κάποιες φορές το πλήθος των θέσεων του πίνακα που είναι κατειλημμένες από έγκυρα στοιχεία δεν είναι γνωστό και αντί αυτού χρησιμοποιείται ένα στοιχείο φρουρός το οποίο σηματοδοτεί το τέλος του πίνακα (αυτό π.χ. γίνεται στη C με τα αλφαριθμητικά).

Δυδιάστατοι Πίνακες

Στη C, ένας δυδιάστατος πίνακας A με n γραμμές και m στήλες αποθηκεύεται κατά γραμμές:

$A[0,0], A[0,1], \dots, A[0,m], A[1,0], \dots, A[1,m], \dots, A[n,0], \dots, A[n,m]$.

Άρα το στοιχείο $A[k,j]$ βρίσκεται στη θέση μνήμης $A + b*(m*k + j)$, όπου b είναι το μέγεθος κάθε στοιχείου του πίνακα. **Γιατί?**

	0	1	...	m
0	[0,0]	[0,1]	...	[0,m]
1	[1,0]	[1,1]	...	[1,m]
...	...	...	...	...
n	[n,0]	[n,1]	...	[n,m]

HY240 - Παναγιώτα Φατούρου

5

Συμμετρικοί Πίνακες

- Ένας δυδιάστατος πίνακας με ίδιο πλήθος γραμμών και στηλών ονομάζεται **τετραγωνικός**.
- **Συμμετρικός** ονομάζεται ένας τετραγωνικός πίνακας A για τον οποίο ισχύει πως $A[k,j] = A[j,k]$, για κάθε $0 \leq j,k \leq n-1$ (όπου n το πλήθος των γραμμών ή των στηλών του A).

	0	1	2
0	5	34	31
1	34	6	87
2	31	87	45

Πίνακας A

- Υπάρχουν $1 + 2 + \dots + n$ διαφορετικά στοιχεία και άρα απαιτούνται $(1+n)*n/2$ θέσεις μνήμης για την αποθήκευση του πίνακα:

□ Τα στοιχεία του δυδιάστατου πίνακα αποθηκεύονται σε έναν μονοδιάστατο πίνακα ως εξής:

0	1	2	3	4	5
5	34	6	31	87	45

Πώς υλοποιείται η $\text{Access}(A, j_1, j_2)$ που επιστρέφει το στοιχείο $A[j_1, j_2]$ του συμμετρικού πίνακα A ;

HY240 - Παναγιώτα Φατούρου

6

Τριγωνικοί Πίνακες

- Άνω (κάτω) τριγωνικός ονομάζεται ένας τετραγωνικός πίνακας A για τον οποίο ισχύει πως, για κάθε $0 \leq j, k \leq n-1$, $A[k, j] = 0$ αν $k < j$ (ή $k > j$, αντίστοιχα), όπου n το πλήθος των γραμμών ή των στηλών του A .

Παράδειγμα Άνω Τριγωνικού Πίνακα

	0	1	2	3
0	1	0	0	0
1	21	43	0	0
2	34	7	18	0
3	5	86	23	43

Πως μπορεί να υλοποιηθεί ένας τριγωνικός πίνακας χωρίς μεγάλη σπατάλη μνήμης;

Πως υλοποιείται η $\text{Access}(A, j_1, j_2)$ που επιστρέφει το στοιχείο $A[j_1, j_2]$ ενός άνω (ή κάτω) τριγωνικού πίνακα A ;

Αραιοί Πίνακες

Ένας πίνακας A με n γραμμές και m στήλες ονομάζεται **αραιός**, όταν τα περισσότερα στοιχεία έχουν την τιμή 0.

Τρόπος Αποθήκευσης

Αποθήκευση ενός δυαδικού πίνακα B με m γραμμές και n στήλες για τον οποίο ισχύει πως $B[i, j] = 0$, αν $A[i, j] = 0$ και $B[i, j] = 1$, διαφορετικά, για κάθε $0 \leq i \leq n-1$ και $0 \leq j \leq m-1$, καθώς και ενός μονοδιάστατου πίνακα που θα περιέχει όλα τα μη-μηδενικά στοιχεία του A με τη σειρά που συναντώνται σε αυτόν (σύμφωνα με τον τρόπο αποθήκευσης των δυδιάστατων πινάκων στη C).

Παράδειγμα: Ο πίνακας B που αντιστοιχεί στον πίνακα A του παραπάνω παραδείγματος είναι:

	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1
2	0	0	1	0	0
3	1	0	0	0	0

Παράδειγμα Αραιού Πίνακα A με 4 γραμμές και 5 στήλες

	0	1	2	3	4
0	0	7	0	0	0
1	1	2	0	0	-3
2	0	0	4	0	0
3	12	0	0	0	0

Ο μονοδιάστατος πίνακας είναι:

7	1	2	-3	4	12
---	---	---	----	---	----

Τι κερδίζουμε με αυτό τον τρόπο υλοποίησης του αραιού πίνακα;