

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2016-17
Παναγιώτα Φατούρου

4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Παρασκευή, 6 Ιανουαρίου 2017

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος). Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Παρασκευής, 6/1/2017 θεωρούνται εκπρόθεσμες.

Άσκηση 1 [50 μονάδες]

α. Θεωρήστε ένα (2,3)-δένδρο T , σε κάθε κόμβο u του οποίου είναι αποθηκευμένη η ακόλουθη πληροφορία:

- Αν ο u είναι 2-κόμβος, έχει δύο επιπρόσθετα πεδία n_1 και n_2 , όπου είναι αποθηκευμένοι οι αριθμοί των 2-κόμβων και 3-κόμβων, αντίστοιχα, που περιέχονται στο αριστερό υποδένδρο του u . Αν ο u είναι 3-κόμβος, έχει επιπρόσθετα των n_1 και n_2 , δύο πεδία, nd_1 και nd_2 , όπου είναι αποθηκευμένοι οι αριθμοί των 2-κόμβων και 3-κόμβων, αντίστοιχα, που περιέχονται στο μεσαίο υποδένδρο του u .

Σχεδιάστε αλγόριθμο που να υλοποιεί τη λειτουργία $\text{Access}(T, i)$, η οποία θα πρέπει να επιστρέφει το i -οστό μικρότερο στοιχείο του δένδρου, όπου i είναι οποιοσδήποτε ακέραιος ο οποίος είναι μικρότερος του πλήθους n των στοιχείων του T . Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να εκτελείται σε χρόνο $O(\log n)$. [30M]

β. Θεωρήστε μια υλοποίηση ξένων συνόλων με ένωση, όπου μπορεί να υπάρχουν το πολύ MAX ξένα σύνολα. Η υλοποίηση χρησιμοποιεί ως ευρετήριο έναν πίνακα κατακερματισμού $\text{HT}[\text{MAX}]$, στον οποίο αποθηκεύονται κλειδιά βάσει της μεθόδου των μικτών αλυσίδων με κελάρι c θέσεων και συνάρτηση κατακερματισμού $h_1()$, όπου c είναι μια σταθερά. Για κάθε κλειδί K , ο HT περιέχει ένα δείκτη στον κόμβο με κλειδί K στο κατάλληλο πάνω δένδρο. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για τη συνάρτηση $\text{UpTreeUnion}()$, η οποία θα παίρνει ως ορίσματα τα κλειδιά δύο κόμβων και θα συνενώνει τα πάνω δένδρα στα οποία ανήκουν οι κόμβοι (οι κόμβοι μπορεί να ανήκουν σε οποιαδήποτε πάνω δένδρα, ακόμη και στο ίδιο, στην οποία περίπτωση θα πρέπει να εμφανίζεται κατάλληλο μήνυμα). Κατά τη συνένωση εφαρμόζονται οι τεχνικές συμπίεσης μονοπατιού και μείωσης ύψους. [20M]

Άσκηση 2 [25 Μονάδες]

α. Δίνεται ένας πίνακας A ο οποίος αποτελείται από άπειρο αριθμό θέσεων. Ωστόσο, μόνο οι πρώτες n θέσεις του A είναι κατειλημμένες, δηλαδή η κάθε μια περιέχει έναν ακέραιο αριθμό. Οι υπόλοιπες θέσεις του A περιέχουν τον ειδικό χαρακτήρα $\perp$. Παρουσιάστε έναν αλγόριθμο που θα μετατρέπει τον πίνακα A σε σωρό (με τα στοιχεία του σωρού να βρίσκονται στις n πρώτες θέσεις του πίνακα). Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να λειτουργεί σωστά χωρίς να υποθέτει γνώση του n (δηλαδή η εύρεση του n , εάν απαιτείται, είναι μέρος του προβλήματος). Ποια είναι η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας και γιατί; [15M]

- β. Δίνονται δύο σωροί ακεραίων οι οποίοι είναι αποθηκευμένοι σε δύο πίνακες με άπειρο αριθμό θέσεων ο καθένας. Οι δύο σωροί έχουν το ίδιο μέγεθος, έστω n . **Θεωρήστε ότι κάθε ένας από τους n ακεραίους που περιέχονται στον A1 είναι μεγαλύτερος από κάθε έναν από τους n ακεραίους που περιέχονται στον A2.** Ζητείται να σχεδιάσετε έναν αλγόριθμο ο οποίος θα δημιουργεί ένα σωρό που θα περιέχει τα στοιχεία και του A1 και του A2 (δηλαδή ο ζητούμενος σωρός θα αποτελεί την ένωση των αρχικών σωρών). Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να εκτελείται σωστά χωρίς να υποθέτει γνώση του n . Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να εκτελείται σε χρόνο $O(n)$. Εξηγήστε γιατί ο αλγόριθμός σας είναι σωστός. [10M]

Άσκηση 3 [25 μονάδες]

- α. Να βρεθούν οι πιθανές θέσεις του 3^{ου} μικρότερου και του 2ου μεγαλύτερου κλειδιού σε σωρό με 100 κλειδιά. [10M]
- β. Δίνεται ότι η ταξινόμηση n στοιχείων απαιτεί χρόνο $\Omega(n \log n)$ όταν ο αλγόριθμος ταξινόμησης εκτελείται βασιζόμενος μόνο σε συγκρίσεις. Επιχειρηματολογήστε ότι κάθε αλγόριθμος που βασίζεται σε συγκρίσεις για την κατασκευή ενός κοκκινόμαυρου δένδρου από μια αυθαίρετη λίστα n στοιχείων απαιτεί χρόνο $\Omega(n \log n)$. [15M]