

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2016-17
Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 28 Νοεμβρίου 2016

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, τη Δευτέρα, 28 Νοεμβρίου 2016, ώρα 15:00-16:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Δευτέρας, 28/11/2016 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin. Εναλλακτικά, εκπρόθεσμες ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν στη διδάσκουσα.

Άσκηση 1 [40 μονάδες]

- α. Έστω ότι ένα σύνολο υλοποιείται ως ένα πλήρες, μη ταξινομημένο, συνδεδεμένο, δυαδικό δένδρο. Παρουσιάστε αλγόριθμο εισαγωγής ενός κλειδιού K στο σύνολο. [20M]
- β. Παρουσιάστε αλγόριθμο (ψευδοκώδικα), ο οποίος δοθείσης της ρίζας ενός δυαδικού δένδρου T , παράγει έναν κλώνο T' (ακριβές αντίγραφο) του T . Υποθέστε ότι κάθε κόμβος του T είναι της μορφής `struct node {int x; struct node *lc; struct node *rc;}`. [20M]

Υπόδειξη: Διασχίστε όλους τους κόμβους του T (με επιλογή της κατάλληλης αναδρομικής διάσχισης). Η `Visit()` δημιουργεί στο νέο δένδρο τα παιδιά του τρέχοντος κόμβου. Η διάσχιση πρέπει να έχει ως παράμετρο ένα δείκτη στον τρέχοντα κόμβο του T και έναν στον αντίστοιχο κόμβο του T' . Δημιουργήστε τη ρίζα του T' πριν καλέσετε την αναδρομική συνάρτηση και περάστε δείκτη στη ρίζα του T' ως παράμετρο στην αναδρομική συνάρτηση.

Άσκηση 2 [30 Μονάδες]

- α. Ένα δυαδικό προδιατεταγμένο (preorder) ταξινομημένο δένδρο είναι ένα δυαδικό δένδρο για το οποίο η προδιατεταγμένη διάσχιση δίνει τα κλειδιά που είναι αποθηκευμένα στους κόμβους του δένδρου κατά αύξουσα διάταξη. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα για έναν αλγόριθμο εύρεσης του κόμβου με κλειδί k σε δυαδικό προδιατεταγμένο ταξινομημένο δένδρο. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(h)$. [15M]
- β. Έστω η επέκταση του αφηρημένου τύπου δεδομένων Λεξικό που υποστηρίζει επιπρόσθετα των `Insert()`, `Delete()` και `Search()`, τη λειτουργία `Split(D, x)`, η οποία πραγματοποιεί διάσπαση του λεξικού D σε δύο νέα λεξικά D_1 και D_2 ώστε το πρώτο να αποτελείται από μικρότερα ή ίσα του x κλειδιά και το δεύτερο να έχει μεγαλύτερα του x κλειδιά, όπου x είναι κάποιο κλειδί που μπορεί να ανήκει ή όχι στο D . Θεωρήστε ότι το Λεξικό υλοποιείται με ταξινομημένα δυαδικά δένδρα. Παρουσιάστε αλγόριθμο ο οποίος να υλοποιεί την `split(D, x)` (δηλαδή αλγόριθμο που παίρνει ως ορίσματα ένα δείκτη στη ρίζα του ταξινομημένου δένδρου που αναπαριστά το λεξικό D και το κλειδί x και επιστρέφει δύο δείκτες στις ρίζες των ταξινομημένων δένδρων που θα αναπαριστούν τα λεξικά D_1 και D_2). Η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας θα πρέπει να είναι $O(h)$, όπου h είναι το ύψος του T . [15M]

Άσκηση 3 [30 μονάδες]

α. Θεωρήστε ένα AVL δένδρο με ύψος 4 τέτοιο ώστε ο ριζικός κόμβος έχει balance 0, ο αριστερός θυγατρικός κόμβος του ριζικού κόμβου έχει balance +1 ενώ ο δεξιός θυγατρικός κόμβος έχει balance -1. Το αριστερό υποδένδρο της ρίζας έχει το μικρότερο δυνατό πλήθος κόμβων, ενώ το δεξιό υποδένδρο της ρίζας έχει το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος κόμβων. Τα κλειδιά που αποθηκεύονται στους κόμβους του δένδρου, όταν τοποθετηθούν σε αύξουσα διάταξη, αποτελούν πρόθεμα της ακολουθίας κλειδιών 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, κλπ.

(i) Ζωγραφίστε ένα AVL δένδρο που να ικανοποιεί την περιγραφή που παρουσιάστηκε παραπάνω.

[7M]

(ii) Διαγράψτε το αριστερότερο φύλλο σε αυτό το δένδρο.

[5M]

β. Θεωρήστε ένα (2,3)-δένδρο με ύψος 2 για το οποίο ισχύουν τα εξής:

- Η ρίζα είναι ένας 3-κόμβος.
- Για κάθε 3-κόμβο v , ο μεσαίος θυγατρικός κόμβος του v είναι επίσης 3-κόμβος ενώ οι υπόλοιποι θυγατρικοί κόμβοι του v είναι 2-κόμβοι.
- Όλοι οι υπόλοιποι κόμβοι του δένδρου είναι 2-κόμβοι.
- Τα κλειδιά που αποθηκεύονται στους κόμβους του δένδρου είναι κλειδιά από την ακολουθία: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, ...

(i) Ζωγραφίστε το δένδρο.

[7M]

(ii) Να εισαχθεί το κλειδί 37 στο δένδρο που θα σχεδιάσετε στο ερώτημα β(i).

[5M]

(iii) Διαγράψτε το κλειδί 55 από το δένδρο που προκύπτει μετά την εισαγωγή του ερωτήματος β(ii).

[6M]

Σημείωση που αφορά όλα τα ερωτήματα: Στα παραπάνω ερωτήματα πρέπει να παρουσιαστεί όλη η διαδικασία που ακολουθείται προκειμένου να προκύψει το τελικό δένδρο. Οι περιστροφές όπου απαιτούνται θα πρέπει επίσης να περιγραφούν αναλυτικά.