

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2015-16
Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 30 Νοεμβρίου 2015

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, την Δευτέρα, 30 Νοεμβρίου 2015, ώρα 15:00-16:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Δευτέρας, 30/11/2015, θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin. Εναλλακτικά, εκπρόθεσμες ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν στη διδάσκουσα του μαθήματος. Λύσεις ασκήσεων που αποστέλλονται μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου δεν θα γίνονται δεκτές.

ΟΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1 ΚΑΙ 2 ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΔΟΥΛΕΥΤΟΥΝ ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΠΡΟΟΔΟ ΑΦΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΥΛΗ ΠΟΥ ΘΑ ΕΞΕΤΑΣΤΕΙ ΣΤΗΝ ΠΡΟΟΔΟ.

Άσκηση 1 [30 μονάδες]

- α. Παρουσιάστε αλγόριθμο αναζήτησης κλειδιού σε ένα **μη-ταξινομημένο** δυαδικό δένδρο. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να επιστρέφει ένα δείκτη προς τον κόμβο, ν, που περιέχει το κλειδί που αναζητείται (αν το κλειδί υπάρχει στο δένδρο) ή NULL διαφορετικά. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει επιπρόσθετα να επιστρέφει ένα δείκτη στο γονικό κόμβο του κόμβου ν (ή NULL αν ο ν είναι η ρίζα). Για την εύρεση των δύο δεικτών θα πρέπει να πραγματοποιείται μία μόνο διάσχιση του δένδρου. Θεωρήστε πως επιτρέπεται μια συνάρτηση να επιστρέφει ένα ζεύγος δεικτών, δηλαδή επιτρέπεται να υπάρχει, στον ψευδοκώδικα που θα παρουσιάσετε, η εντολή «return <p,q>», όπου οι p,q είναι δείκτες. [15%]
- β. Παρουσιάστε αλγόριθμο που θα παίρνει ως ορίσματα (1) ένα δείκτη R στη ρίζα ενός δυαδικού δένδρου T το οποίο υλοποιεί (ένα όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο και (2) ένα κλειδί K. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να επιστρέφει το ύψος του κόμβου που περιέχει το κλειδί K **στο (όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο** ή 0 αν δεν υπάρχει κόμβος με κλειδί K στο δένδρο. [15%]

Άσκηση 2 [40 μονάδες]

- α. Έστω ότι ένα (μη-ταξινομημένο) δυαδικό δένδρο T περιέχει 11 κόμβους. Η μετα-διατεταγμένη διάσχιση πάνω στο T δίνει τα κλειδιά με την εξής σειρά: 10,8,4,5,2,6,11,9,7,3,1. Η ενδο-διατεταγμένη διάσχιση πάνω στο T δίνει τα κλειδιά με την εξής σειρά: 8,10,4,2,5,1,6,3,7,11,9. Σχεδιάστε το δένδρο. [10%]
- β. Παρουσιάστε αλγόριθμο ο οποίος θα παίρνει ως ορίσματα ένα δείκτη στη ρίζα ενός **ταξινομημένου διπλά-συνδεδεμένου** δυαδικού δένδρου (δηλαδή ενός **διπλά-συνδεδεμένου δένδρου δυαδικής αναζήτησης**) και ένα κλειδί K. Ο αλγόριθμος θα πρέπει να βρίσκει το φύλλο με το αμέσως μικρότερο κλειδί από το K στο δένδρο και να επιστρέφει ένα δείκτη

στον κόμβο αυτό. Ο αλγόριθμος σας θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(h)$, όπου h είναι το ύψος του δένδρου. [20%]

Άσκηση 3 [30 Μονάδες]

α. Δοθέντος ενός ταξινομημένου δένδρου T (δηλαδή ενός δένδρου δυαδικής αναζήτησης), παρουσιάστε δύο αλγόριθμους που ο καθένας θα μετατρέπει το δένδρο σε AVL.

(i) Ο πρώτος αλγόριθμος θα πρέπει να έχει χρόνο εκτέλεσης $O(n \log n)$, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων στο αρχικό δένδρο, τόσο στην χειρότερη όσο και στην καλύτερη περίπτωση. [5%]

(ii) Ο δεύτερος αλγόριθμος θα πρέπει να έχει χρόνο εκτέλεσης $O(n \log n)$ στη χειρότερη περίπτωση και $O(n)$ στην καλύτερη περίπτωση. [10%]

Θεωρήστε ότι κάθε κόμβος του δυαδικού δένδρου έχει πεδία $LHeight$ και $RHeight$ όπου μπορούν να αποθηκευτούν το αριστερό και το δεξιό ύψος του κόμβου αντίστοιχα.

β. Θεωρήστε δύο οποιαδήποτε ταξινομημένα δυαδικά δένδρα (δηλαδή δύο δένδρα δυαδικής αναζήτησης) $T1$ και $T2$ που περιέχουν το ίδιο σύνολο από κλειδιά. Περιγράψετε (με λόγια) μια μέθοδο, βάσει της οποίας το $T2$ να μπορεί να μετασχηματιστεί στο $T1$ εκτελώντας περιστροφές. Παρουσιάστε ένα παράδειγμα του τρόπου λειτουργίας του αλγορίθμου σας (δηλαδή ζωγραφίστε δύο δένδρα $T1$ και $T2$ και παρουσιάστε, κάνοντας περιστροφές, πως πραγματοποιείται η μετατροπή).

Υπόδειξη: Ίσως απαιτείται, ως ενδιάμεσο στάδιο, να εκφυλίσετε το κάθε δένδρο σε λίστα (δηλαδή σε δένδρο στο οποίο όλοι οι κόμβοι έχουν μόνο αριστερά ή μόνο δεξιά παιδιά).

Σημειώσεις

1. Ο ψευδοκώδικας για κάθε έναν από τους αλγορίθμους που ζητούνται επιτρέπεται να καλεί βοηθητικές συναρτήσεις/ρουτίνες. Ωστόσο, σ' αυτή την περίπτωση, θα πρέπει να παρουσιαστεί ψευδοκώδικας για τις συναρτήσεις/ρουτίνες που θα καλούνται.
2. Επίσης, μπορείτε να θεωρήσετε πως κάθε συνάρτηση δύναται να επιστρέφει δύο τιμές επιστροφής, αν αυτό διευκολύνει τη συγγραφή του ψευδοκώδικα σας.