

HY240: Δομές Δεδομένων

Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2014-15

Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 1 Δεκεμβρίου 2014

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, την Δευτέρα, 1 Δεκεμβρίου 2014, ώρα 15:00-16:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 16:00 της Δευτέρας, 1/12/2014 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα turnin. Εναλλακτικά, εκπρόθεσμες ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν στη διδάσκουσα του μαθήματος ή να σταλούν στο hy240a@csl.uoc.gr μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου.

Άσκηση 1 [30 μονάδες]

- α. Έστω ένα δυαδικό **μη-ταξινομημένο** δένδρο T και έστω g ένας ακέραιος και K ένα κλειδί. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα που θα υλοποιεί τη λειτουργία `UnsortedTreeInsert( $T$ ,  $K$ ,  $g$ )`, η οποία εισάγει στο δένδρο T έναν νέο κόμβο με κλειδί K . Μετά την εισαγωγή, ο νέος κόμβος θα πρέπει να **αποτελεί παιδί του αριστερότερου κόμβου (έστω v) του επιπέδου g του δένδρου T για τον οποίο ισχύει πως ένα τουλάχιστον από τα παιδιά του είναι NULL**. Ο νέος κόμβος θα εισάγεται ως παιδί του v αντικαθιστώντας το NULL (ή θα αποτελεί το αριστερό παιδί του v αν και τα δυο παιδιά του v είναι NULL). Αν δεν υπάρχει κόμβος στο επίπεδο g που να ικανοποιεί τη συνθήκη εισαγωγής, θα αναζητείται τέτοιος κόμβος στα επίπεδα $g+1$, $g+2$, κλπ., κι ο νέος κόμβος θα εισάγεται ως παιδί του πρώτου τέτοιου κόμβου που θα βρεθεί. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να έχει πολυπλοκότητα $O(n)$, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων του δένδρου. [15%]
- β. Παρουσιάστε αλγόριθμο που θα παίρνει ως όρισμα έναν δείκτη στη ρίζα ενός δυαδικού δένδρου T το οποίο υλοποιεί (ένα όχι-απαραίτητα δυαδικό) διατεταγμένο δένδρο. Ο αλγόριθμός που θα σχεδιάσετε πρέπει να εξετάζει αν όλα τα φύλλα **του διατεταγμένου δένδρου** (το οποίο υλοποιείται από το δυαδικό δένδρο) είναι στο ίδιο βάθος. Αν αυτό ισχύει, ο αλγόριθμος θα πρέπει να επιστρέφει TRUE, διαφορετικά θα επιστρέφεται FALSE. [15%]

Άσκηση 2 [40 μονάδες]

- α. Δίνεται ένα **αντιταξινομημένο** δυαδικό δένδρο T . Ένα δένδρο είναι αντιταξινομημένο αν για κάθε κόμβο v του δένδρου ισχύει η εξής συνθήκη:
- «Όλα τα κλειδιά των κόμβων του αριστερού υποδένδρου του v είναι μεγαλύτερα από το κλειδί του v και όλα τα κλειδιά των κόμβων του δεξιού υποδένδρου του v είναι μικρότερα από το κλειδί του v ».
- i) Παρουσιάστε αλγόριθμο διάσχισης του δένδρου που θα παρουσιάζει τα κλειδιά σε αύξουσα διάταξη. [8%]

ii) Έστω ότι το T περιέχει 8 κόμβους με κλειδιά 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16. Η προδιατεταγμένη διάσχιση πάνω στο T δίνει τα κλειδιά με την σειρά 8, 16, 10, 14, 12, 4, 6, 2. Σχεδιάστε το δένδρο. [12%]

- β. Δίνεται ένα δυαδικό ταξινομημένο δένδρο T (το T είναι δένδρο δυαδικής αναζήτησης). Παρουσιάστε αλγόριθμο ($\text{Split}(T, x, T1, T2)$) ο οποίος θα διασπά το δένδρο T σε δύο νέα δένδρα $T1$ και $T2$ έτσι ώστε το $T1$ να αποτελείται από τα κλειδιά του T που είναι μικρότερα του x ενώ το $T2$ να αποτελείται από τα κλειδιά του T που είναι μεγαλύτερα του x . Η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας θα πρέπει να είναι $O(h)$, όπου h είναι το ύψος του T . [20%]

Υπόδειξη: Εκτελέστε μια αναζήτηση για το x , αποκόβοντας τους δείκτες που «κρέμονται» αριστερά και δεξιά του μονοπατιού. Κατόπιν συγχωνεύστε τα δένδρα του προκύπτοντος δάσους χωρίς να θυσιάσετε την χρονική πολυπλοκότητα $O(h)$ που ζητείται.

Άσκηση 3 [30 Μονάδες]

- α. Παρουσιάστε αλγόριθμο ο οποίος δοθέντος ενός AVL δένδρου T και ενός κλειδιού K θα βρίσκει το ύψος και το βάθος του κόμβου με κλειδί K στο δένδρο. Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(\log n)$. [10%]
- β. Παρουσιάστε ψευδοκώδικα ο οποίος θα ελέγχει αν ένα δυαδικό δένδρο έχει τις ιδιότητες ενός 2-3 δένδρου. [20%]

Σημειώσεις

1. Ο ψευδοκώδικας για κάθε έναν από τους αλγορίθμους που ζητούνται επιτρέπεται να καλεί βοηθητικές συναρτήσεις/ρουτίνες. Ωστόσο, σ' αυτή την περίπτωση, θα πρέπει να παρουσιαστεί ψευδοκώδικας για τις συναρτήσεις/ρουτίνες που θα καλούνται.
2. Επίσης, μπορείτε να θεωρήσετε πως κάθε συνάρτηση δύναται να επιστρέφει δύο τιμές, αν αυτό διευκολύνει τη συγγραφή του ψευδοκώδικα σας.