

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2013-14
Παναγιώτα Φατούρου

3^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Παρασκευή, 13 Δεκεμβρίου 2013

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα submit (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος στο εργαστήριο των μεταπτυχιακών, την Παρασκευή, 13 Δεκεμβρίου 2013, ώρα 12:00-13:00. Ασκήσεις που παραδίδονται μετά τις 13:00 της Παρασκευής, 13/12/2013 θεωρούνται εκπρόθεσμες. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα submit.

Άσκηση 1 [35 μονάδες]

- α. Παρουσιάστε αλγόριθμο ο οποίος διαβάσει n αριθμούς από το stdin και τους τυπώνει στο stdout ταξινομημένους κατ' αύξουσα διάταξη. Θεωρήστε ότι η μοναδική δομή δεδομένων που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποθήκευση και διαχείριση των αριθμών είναι ένα ταξινομημένο δυαδικό δένδρο. Επομένως, δεν επιτρέπεται η χρήση πινάκων, λιστών ή άλλων δομών δεδομένων για την αποθήκευση και την ταξινόμηση των αριθμών. Τι πολυπλοκότητα έχει ο αλγόριθμός σας; Περιγράψτε τη χειρότερη και την καλύτερη περίπτωση και παρουσιάστε άνω και κάτω φράγματα στην πολυπλοκότητα για κάθε μία από αυτές. [15M]
- β. Περιγράψτε αλγόριθμο ο οποίος, δοθέντος ενός φύλλου v , θα βρίσκει το φύλλο που περιέχει το κοντινότερο μικρότερο κλειδί σε εκείνο του v μεταξύ των κλειδιών όλων των φύλλων του δένδρου. [20M]

Άσκηση 2 [40 μονάδες]

Έστω η επέκταση του αφηρημένου τύπου δεδομένων Λεξικού που υποστηρίζει επιπρόσθετα τις εξής λειτουργίες:

[Split: 20M, Merge: 20M]

- i. Split(D, k, D_1, D_2) η οποία δημιουργεί δύο νέα λεξικά, τα D_1 και D_2 , έτσι ώστε το D_1 να περιέχει τα κλειδιά του D που είναι μικρότερα ή ίσα του k και το D_2 να περιέχει τα κλειδιά του D που είναι μεγαλύτερα του k .
- ii. Merge(D_1, D_2) η οποία συγχωνεύει τα λεξικά D_1 και D_2 σε ένα.

Παρουσιάστε ψευδοκώδικα που θα υλοποιεί τις παραπάνω λειτουργίες δεδομένου πως χρησιμοποιούνται δένδρα δυαδικής αναζήτησης για την υλοποίηση των λεξικών (δηλαδή τα D_1, D_2, D και το λεξικό που προκύπτει από τη Merge είναι δένδρα δυαδικής αναζήτησης).

Η υλοποίηση της Split() θα πρέπει να έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(h)$ όπου h είναι το ύψος του D . Η υλοποίηση της Merge() θα πρέπει να έχει πολυπλοκότητα $O(n_1+n_2)$ όπου n_1 και n_2 είναι το πλήθος των στοιχείων των D_1 και D_2 , αντίστοιχα.

Υπόδειξη: i) Για την Split(), εκτελέστε μια αναζήτηση για το k , αποκόβοντας τους δείκτες που βρίσκονται αριστερά και δεξιά του μονοπατιού. Κατόπιν, συγχωνεύστε τα δένδρα του προκύπτοντος δάσους.

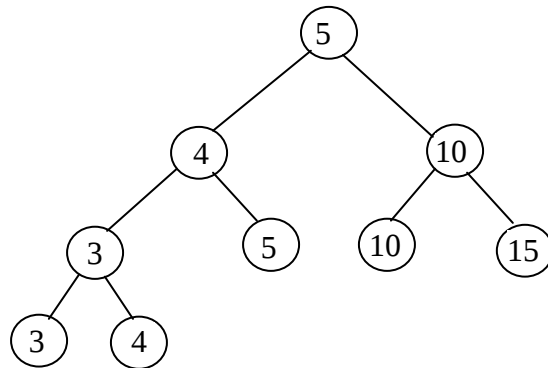
ii) Για την Merge(), πρέπει να δημιουργήσετε μια αναδρομική διαδικασία η οποία θα σαρώνει τα δένδρα (βάσει της ενδοδιατεταγμένης διάσχισης) και θα παράγει το εννιαίο δένδρο. Αν σας διευκολύνει χρησιμοποιήστε μια βοηθητική δομή για να αποθηκεύσετε τα κλειδιά του ενός από τα δύο δένδρα.

Άσκηση 3 [25 μονάδες]

Τα φυλλο-προσανατολισμένα δένδρα δυαδικής αναζήτησης (leaf-oriented search trees) αποτελούν μια εναλλακτική υλοποίηση του αφηρημένου τύπου δεδομένων Λεξικού. Ορίζονται ως εξής: (α) Όλα τα στοιχεία αποθηκεύονται στα φύλλα του δένδρου, από αριστερά προς τα δεξιά κατά μη φθίνουσα τιμή κλειδιού, και (β) οι εσωτερικοί κόμβοι αποθηκεύουν μόνο κλειδιά (που δεν αντιστοιχούν απαραίτητα σε κλειδιά στοιχείων του δένδρου), έτσι ώστε να ισχύει η κάτωθι αμετάβλητη συνθήκη σε κάθε κόμβο v :

*το κλειδί του αριστερού παιδιού του v είναι μικρότερο ή ίσο από αυτό του v ,
ενώ το δεξιό παιδί του v διαθέτει κλειδί μεγαλύτερο από εκείνο του v*

Παρατηρήστε ότι βάσει του ορισμού, οι εσωτερικοί κόμβοι έχουν και τους δύο δείκτες μη κενούς, ενώ και οι δύο δείκτες των φύλλων είναι κενοί. Ένα παράδειγμα φυλλο-προσανατολισμένου δένδρου παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Παρουσιάστε αλγορίθμους εισαγωγής, διαγραφής και αναζήτησης σε φυλλο-προσανατολισμένα δένδρα.
[Εισαγωγή: 13M, Διαγραφή: 12M, Αναζήτηση: 5M]

Υπόδειξη: Παρατηρήστε ότι η αναζήτηση καταλήγει πάντα σε κάποιο φύλλο v . Στην περίπτωση της εισαγωγής, το φύλλο αυτό θα πρέπει να αντικατασταθεί από εσωτερικό κόμβο με δύο φύλλα εκ των οποίων το ένα αποθηκεύει το προς εισαγωγή κλειδί, ενώ το άλλο είναι το κλειδί του v . Στην περίπτωση της διαγραφής, το φύλλο v πρέπει να διαγραφεί μαζί με το γονικό του κόμβο.