

HY240: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο – Ακαδημαϊκό Έτος 2009-10
Διδάσκουσα: Παναγιώτα Φατούρου
4^η Σειρά Θεωρητικών Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Δευτέρα, 7 Δεκεμβρίου 2009, ώρα 19:00-20:00

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν είτε σε ηλεκτρονική μορφή χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα submit (δείτε οδηγίες στην ιστοσελίδα του μαθήματος), είτε στους βοηθούς του μαθήματος τη Δευτέρα, 7 Δεκεμβρίου 2009 (ώρα 19:00-20:00). Οι φοιτητές μπορούν να παραδίδουν τις ασκήσεις τους και νωρίτερα από αυτήν την ημερομηνία αλλά δικαιολογίες όπως «ήρθα την τάδε μέρα και δεν ήσασταν στο γραφείο σας» δεν θα γίνουν δεκτές. Όσοι από τους φοιτητές δεν έχουν καταφέρει να παραδώσουν τις ασκήσεις τους πριν τις 7/12 θα πρέπει να τις παραδώσουν στους βοηθούς του μαθήματος την προκαθορισμένη μέρα και ώρα. Εκπρόθεσμες ασκήσεις γίνονται δεκτές (με μείωση βαθμολογίας σύμφωνα με τον αλγόριθμο που περιγράφεται στην ιστοσελίδα του μαθήματος) σε ηλεκτρονική μορφή και η αποστολή τους πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα submit. Εναλλακτικά, εκπρόθεσμες ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν στη διδάσκουσα του μαθήματος.

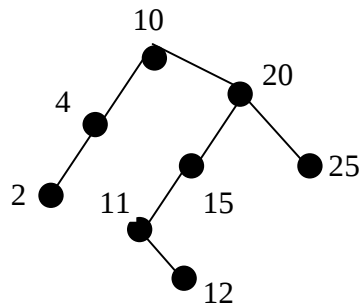
ΠΡΟΣΟΧΗ: Παραδίδουμε τις ασκήσεις στο βοηθό του μαθήματος ή στη διδάσκουσα ή χρησιμοποιούμε το πρόγραμμα submit. Δεν τοποθετούμε σε καμία περίπτωση τις ασκήσεις σε κουτιά που βρίσκονται στο υπόγειο των λευκών κτιρίων (ακόμη και αν σε αυτά αναγράφονται πληροφορίες που φαίνονται σχετικές με το μάθημα και την τρέχουσα σειρά ασκήσεων), αφού αυτό δεν εξασφαλίζει την ασφάλειά τους. Ασκήσεις που θα βρεθούν σε κουτιά δεν θα γίνουν δεκτές.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. α. Ας υποθέσουμε ότι ένα ταξινομημένο δυαδικό δένδρο αποτελείται από τα κλειδιά 1 ως 1000. Έστω ότι αναζητείται το κλειδί 363. Ποια/ες από τις ακόλουθες ακολουθίες δεν θα μπορούσε να είναι έγκυρη ακολουθία κόμβων που προσπελάζονται κατά την αναζήτηση;
 - i) 102, 352, 501, 498, 430, 444, 497, 463, 363.
 - ii) 974, 270, 961, 299, 948, 298, 412, 413, 363.
 - iii) 935, 212, 921, 250, 922, 255, 373, 363.
 - iv) 22, 419, 407, 239, 286, 402, 401, 298, 383, 363.
 - v) 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363.
- β. Ζωγραφίστε 10 ταξινομημένα δυαδικά δένδρα ύψους 5 με κλειδιά {3, 7, 9, 14, 19, 22, 26}.
- γ. Εισάγετε τα κλειδιά 5, 1 και 18 στο δένδρο του σχήματος 1.
- δ. Παρουσιάστε τα δένδρα που προκύπτουν κατά τη διαγραφή των κλειδιών 10, 20, 1 και 15 από το δένδρο που προκύπτει μετά τις εισαγωγές του ερωτήματος γ.

Σημείωση: Στο ερώτημα α. οι κόμβοι κάθε ακολουθίας παρουσιάζονται με τη σειρά που εξετάζονται από τον αλγόριθμο αναζήτησης σε ταξινομημένα δυαδικά δένδρα. Στα ερωτήματα γ. και δ. θα πρέπει

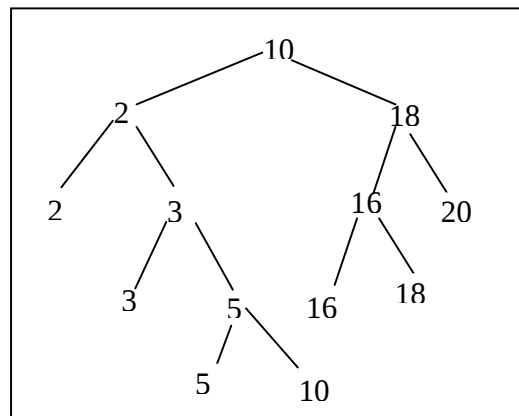
να παρουσιάσετε όλα τα δένδρα που προκύπτουν μετά από κάθε μία εισαγωγή ή διαγραφή.



Σχήμα 1

2. Θεωρήστε ένα ταξινομημένο δυαδικό δένδρο T , σε κάθε κόμβο u του οποίου είναι αποθηκευμένο το πλήθος των κόμβων του αριστερού υποδένδρου του u . Παρουσιάστε αλγόριθμους που να υλοποιούν τις εξής λειτουργίες σε χρόνο $O(h)$, όπου h είναι το ύψος του δένδρου:
 - α. $\text{Access}(T, i)$: επιστρέφει το i -οστό μικρότερο στοιχείο του δένδρου,
 - β. $\text{Length}(T)$: επιστρέφει $|T|$, τον αριθμό των κόμβων του δένδρου.
3. Τα ταξινομημένα φυλλο-προσανατολισμένα δυαδικά δένδρα (leaf-oriented binary search trees) αποτελούν μια εναλλακτική υλοποίηση της δομής του λεξικού και είναι δένδρα με τις ακόλουθες ιδιότητες: (α) όλα τα στοιχεία αποθηκεύονται στα φύλλα του δένδρου, από αριστερά προς τα δεξιά κατά αύξουσα τιμή κλειδιού, και (β) οι εσωτερικοί κόμβοι αποθηκεύουν μόνο κλειδιά, έτσι ώστε να ισχύει διαρκώς η παρακάτω συνθήκη σε κάθε κόμβο v :
 «το κλειδί του αριστερού παιδιού του v είναι μικρότερο από ή ίσο με αυτό του v , ενώ το δεξιό παιδί του v διαθέτει κλειδί μεγαλύτερο από εκείνο του v ».

Παρατηρήστε ότι, βάσει ορισμού, οι εσωτερικοί κόμβοι έχουν και τους δύο δείκτες μη κενούς, ενώ και οι δύο δείκτες των φύλλων είναι κενοί (δηλαδή κάθε ταξινομημένο φυλλοπροσανατολισμένο δένδρο είναι γεμάτο). Ένα παράδειγμα φυλλοπροσανατολισμένου δένδρου παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.

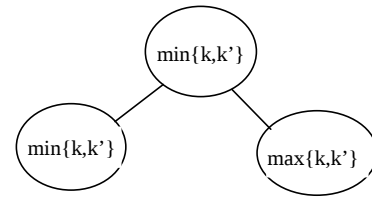


Σχήμα 2

Παρουσιάστε αλγόριθμους αναζήτησης, εισαγωγής και διαγραφής για τα ταξινομημένα φυλλο-προσανατολισμένα δένδρα.

Υπόδειξη: Η κύρια διαφορά των ταξινομημένων φυλλοπροσανατολισμένων δένδρων από τα ταξινομημένα δυαδικά δένδρα είναι πως κάθε κλειδί που εισάγεται στο δένδρο βρίσκεται σε κάποιο φύλλο και έτσι

αναζητήσεις κλειδιών είναι επιτυχημένες μόνο αν βρίσκουν το ζητούμενο κλειδί σε έναν από τους κόμβους φύλλα του δένδρου. Πιο συγκεκριμένα, για την εισαγωγή ενός νέου κλειδιού k , ακολουθείται ο κλασικός αλγόριθμος αναζήτησης του k σε ένα ταξινομημένο δυαδικό (όχι απαραίτητα φυλλοπροσανατολισμένο) δένδρο μέχρι να προσεγγιστεί κάποιος κόμβος φύλλο. Έστω k' το κλειδί του φύλλου αυτού. Τότε, η εισαγωγή γίνεται αντικαθιστώντας το φύλλο με κλειδί k' με την τριάδα κόμβων που φαίνεται στο Σχήμα 5. Ο αλγόριθμος διαγραφής είναι αντίστοιχος και θα πρέπει να παρουσιαστεί από τους φοιτητές.



Σχήμα 3

Σημείωση: Η άσκηση αυτή σχετίζεται με την προγραμματιστική σας εργασία. Για το λόγο αυτό θα επιλυθεί από τους βοηθούς μόνο μετά την παράδοση της τελικής έκδοσης της προγραμματιστικής εργασίας.

4. α. Παρουσιάστε τα AVL δένδρα που προκύπτουν από τις εισαγωγές των κλειδιών 150, 40, 900, 300, 700, 60, 500, 160, 450 και 600 σε ένα αρχικά άδειο AVL δένδρο.
β. Παρουσιάστε το δένδρο που προκύπτει αν το κλειδί 150 διαγραφεί από το δένδρο του ερωτήματος α.
5. α. Παρουσιάστε τα 2-3 δένδρα που προκύπτουν από τις εισαγωγές των κλειδιών 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 (με τη σειρά που δίνονται) σε ένα αρχικά άδειο 2-3 δένδρο.
β. Παρουσιάστε τα δένδρα που προκύπτουν από τις διαγραφές των κλειδιών 25,30,35 από το δένδρο του ερωτήματος α
6. Μερικές φορές είναι χρήσιμο τα φύλλα ενός ταξινομημένου δένδρου να συνδέονται μεταξύ τους με δείκτες σχηματίζοντας λίστα. Εξηγήστε πως πρέπει να αλλάξουν οι αλγόριθμοι εισαγωγής και διαγραφής προκειμένου να επιτυγχάνουν αυτού του είδους τη σύνδεση των φύλλων, αν το δένδρο είναι:
α. Ταξινομημένο, διπλά συνδεδεμένο, φυλλοπροσανατολισμένο δυαδικό δένδρο.
β. Διπλά συνδεδεμένο, (2,3) δένδρο

Προσοχή: Το ερώτημα α της άσκησης αυτής σχετίζεται με την προγραμματιστική σας εργασία. Για το λόγο αυτό θα επιλυθεί από τους βοηθούς μόνο μετά την παράδοση της τελικής έκδοσης της προγραμματιστικής εργασίας.