

ΗΥ-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς
Εαρινό Εξάμηνο 2023-24

Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού, Γ. Καφεντζής

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 10/2/2024

Ημερομηνία Παράδοσης: 16/2/2024, 16:00

Οι ασκήσεις με [*] είναι **bonus**, +10 μονάδες η καθεμία στο βαθμό αυτής της σειράς ασκήσεων (δηλ. μπορείτε να πάρετε μέχρι 70/60 σε αυτή τη σειρά.)

Άσκηση 1 - Μιγαδικές Εξισώσεις I

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις για $z = x + jy$.

(α) $z^* = j(z - 1)$

(β) $z^2 z^* = z$

(γ) $|z + 3j| = 3|z|$

Απ.: (α) -, (β) $z = 0, \{z : |z| = 1\}$, (γ) $\{z : |z - (3/8)j| = 9/8\}$

Άσκηση 2 - Μιγαδικές Εξισώσεις II

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις για $z = x + jy$.

(α)

$$\Re\{z(1 + j)\} + zz^* = 0 \quad (1)$$

(β)

$$\Re\{z^2\} + j\Im\{z^*(1 + 2j)\} = -3 \quad (2)$$

(γ)

$$\Im\{(2 - j)z\} = 1 \quad (3)$$

Απ.: (α) $(x + 1/2)^2 + (y - 1/2)^2 = 1/2$, (β) $z = 1 + 2j, z = -1 - 2j$, (γ) $x - 2y + 1 = 0$

Άσκηση 3 - Γεωμετρικοί Τόποι I

Βρείτε και σχεδιάστε τους γεωμετρικούς τόπους του $z = x + jy$ αν

(α) $\Re\{z\} < -1$

(β) $|z + j| = 2$

(γ) $\Im\{z^2\} < \Re\{z\}$

Απ.: (α) $x < -1$, (β) $x^2 + (y + 1)^2 = 4$, (γ) $x < 0, y > 1/2$ ή $x > 0, y < 1/2$,

Άσκηση 4 - Ρίζες πολυωνύμων I

(α) Βρείτε τις ρίζες του

$$z^2 + z + 1 = 0 \quad (4)$$

(β') Βρείτε τις ρίζες του

$$z^2 + 2z^* + 1 = 0 \quad (5)$$

$$\text{Απ.: (α) } z = \frac{-1 \pm j\sqrt{3}}{2}, \text{ (β) } z = -1, z = 1 \pm 2j$$

[*] Άσκηση 5 - Ρίζες πολυωνύμων II

Αν γνωρίζετε ότι το $z = 1 + j$ είναι ρίζα του πολυωνύμου

$$z^5 - 2z^4 + 2z^3 - z^2 + 2z - 2 \quad (6)$$

βρείτε τις υπόλοιπες ρίζες.

$$\text{Απ.: } z = 1, z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}j, z = 1 \pm j$$

Άσκηση 6 - Επίλυση εξισώσεων

Να λυθούν οι εξισώσεις

$$\text{(α')} z^8 = -1$$

$$\text{(β')} z^4 + 32 = 4$$

$$\text{(γ')} z^3 - (1 + j) = 0$$

$$\text{Απ.: (α) } z = e^{j(2k+1)\pi/8}, k = 0, 1, \dots, 7, \text{ (β) } z = (28)^{1/4} e^{j\pi(2k+1)/4}, k = 0, 1, 2, 3, \text{ (γ) } z = 2^{1/6} e^{j(2\pi k + \pi/4)/3}, k = 0, 1, 2$$

Άσκηση 7 - Euler και De Moivre

Υπολογίστε τους μιγαδικούς

$$\text{(α')} (1 + \sqrt{3}j)^{107}$$

$$\text{(β')} (1 - j)^{-76}$$

$$\text{Απ.: (α) } 2^{106} - 2^{106}\sqrt{3}j, \text{ (β) } -2^{-38}$$