



# HY215 - Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς

Φροντιστήριο για την Τελική Εξέταση  
Πέμπτη 26 Μαΐου 2022

Επιμέλεια: Γιώργος Μάριος Κοκιαδης

# Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

---

## **Θέμα 2ο - 25 μονάδες**

Δείξτε ότι ο μετασχ. Fourier του περιοδικού σήματος

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{tri}\left(\frac{t - kT_0}{2}\right)$$

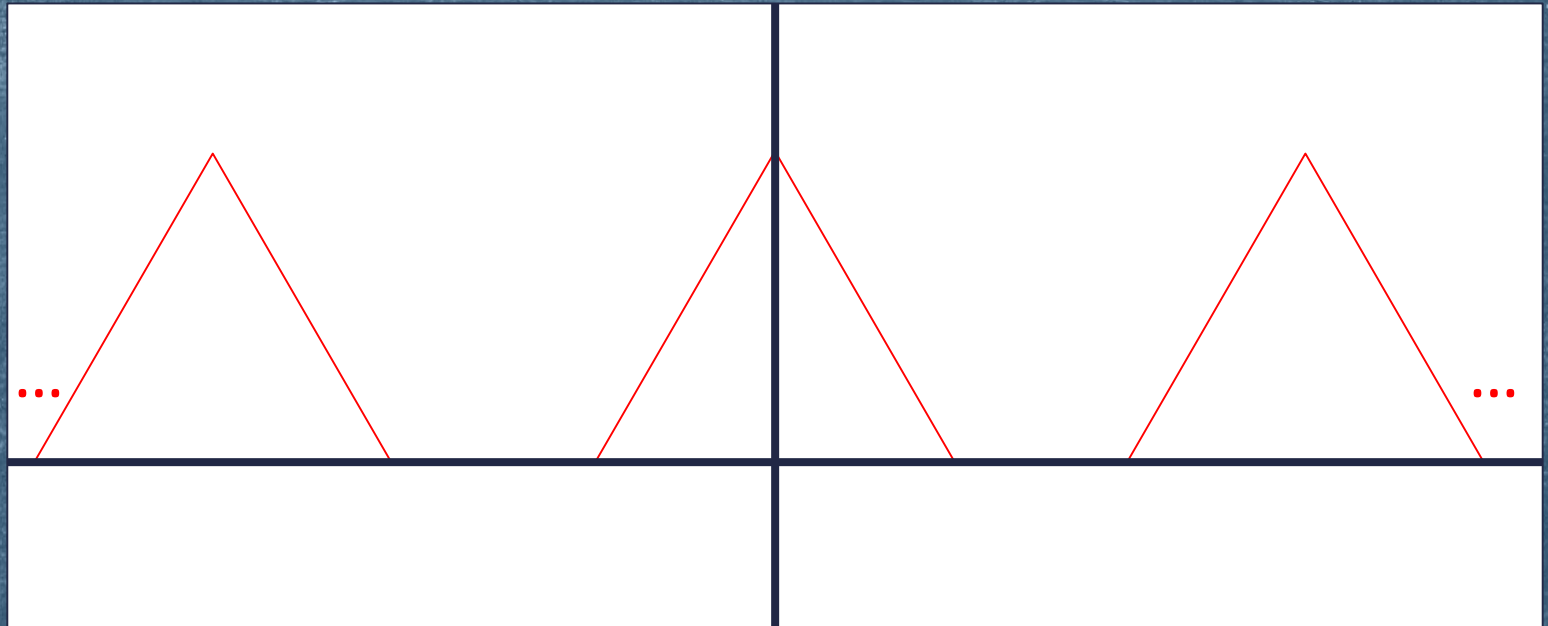
για  $T_0 = 6$  είναι

$$X(f) = \frac{1}{3} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2\left(\frac{k}{3}\right) \delta\left(f - \frac{k}{6}\right)$$



# Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{tri}\left(\frac{t - kT_0}{2}\right) \quad T_0 = 6$$



# Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

## Θέμα 1ο - 25 μονάδες

Έστω το περιοδικό σήμα

$$x(t) = 2 \cos(2\pi 200t - \pi/3) + \cos(2\pi 300t + \pi/7) + \sin(2\pi 400t) \quad (1)$$

(α) (5 μ.) Υπολογίστε την περίοδο του σήματος.

(β) (10 μ.) Σχεδιάστε το φάσμα πλάτους και το φάσμα φάσης του.

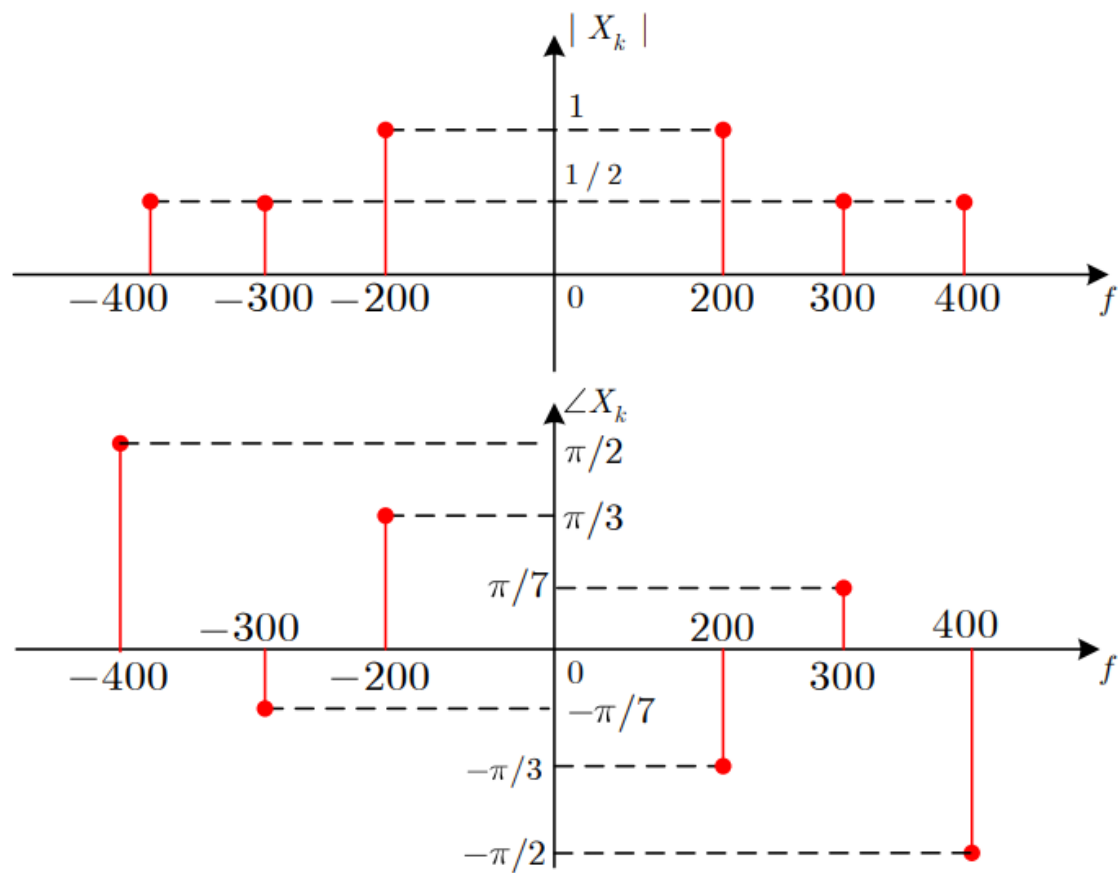
(γ) (10 μ.) Αν το παραπάνω σήμα δοθεί ως είσοδος σε ένα ΓΧΑ σύστημα που περιγράφεται από την κρουστική απόκριση

$$h(t) = \delta(t) - 800 \operatorname{sinc}(400t) \cos(2\pi 300t) \quad (2)$$

τότε ποιά είναι η έξοδος  $y(t)$ ;



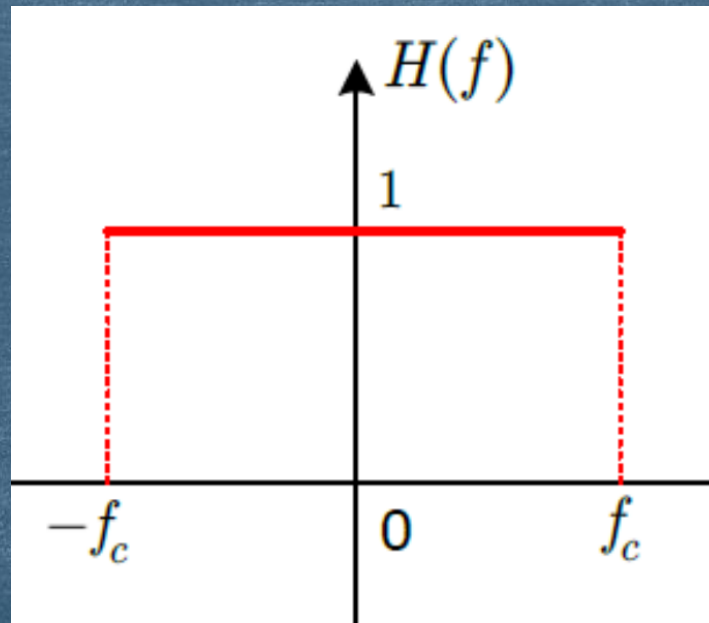
# Θέματα Σεπτεμβρίου 2019



Σχήμα 1: Φάσματα Θέματος 1.

## Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

$$h_{lp}(t) = F^{-1} \left\{ \text{rect} \left( \frac{f}{2f_c} \right) \right\} = 2f_c \text{sinc}(2f_c t)$$



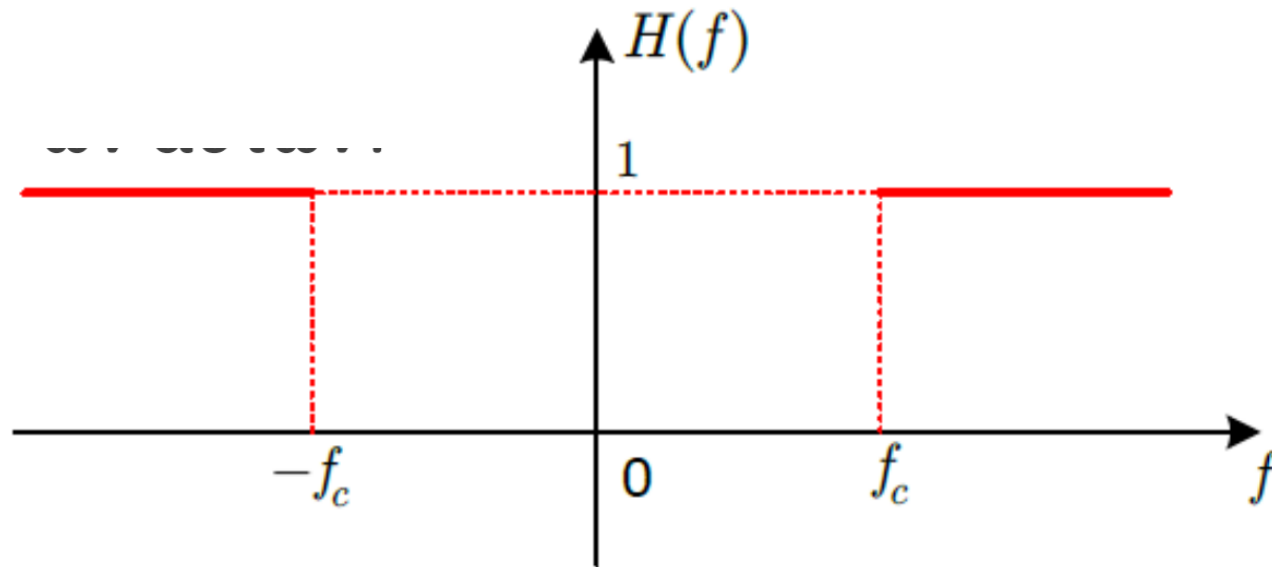
(α) Χαμηλοπερατό



## Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

$$H_{hp}(f) = 1 - H_{lp}(f)$$

$$h_{hp}(t) = \delta(t) - h_{lp}(t) = \delta(t) - 2f_c \text{sinc}(2f_c t)$$



(β) Υψηλερατό

# Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

---

Διάλεξη 15-16η Συστήματα στον χώρο του Fourier  
Slides 27-35



## Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

---

### **Θέμα 3ο - 25 μονάδες**

Έστω η κρουστική απόκριση ενός ΓΧΑ συστήματος ως

$$h(t) = 1 - 3e^{-2t}u(t)$$

(α') **(10 μ.)** Υπολογίστε την απόκριση σε συχνότητα  $H(f)$ .

(β') **(15 μ.)** Δείξτε ότι η έξοδος του συστήματος αν στην είσοδο εμφανιστεί το σήμα

$$x(t) = 4e^{-t}u(t)$$

θα είναι

$$y(t) = 4 - 12e^{-t}u(t) + 12e^{-2t}u(t)$$

# Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

---

## Θέμα 4ο - 20 μονάδες

Έστω το ΓΧΑ σύστημα της μορφής

$$H(s) = \frac{s^2 + 3s + 2}{s^2 + \frac{3}{4}s + \frac{1}{8}} \quad (44)$$

- (α') **(5 μ.)** Για ποίο πεδίο σύγκλισης είναι το σύστημα ευσταθές και αιτιατό;
- (β') **(7.5 μ.)** Έχει το σύστημα αυτό ευσταθές και αιτιατό αντίστροφο σύστημα; Αν όχι, εξηγήστε. Αν ναι, βρείτε το.
- (γ') **(7.5 μ.)** Γράψτε μια διαφορική εξίσωση που περιγράφει το σύστημα αυτό.



Θέματα Σεπτεμβρίου 2019

---

$$x(t) = \frac{1}{t} \operatorname{sinc}^2(2t - 1) \sin(\pi t)$$

Ερωτήσεις?

---