

ΗΥ-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς
Εαρινό Εξάμηνο 2016-17

Διδάσκοντες : Γ. Στυλιανού, Γ. Καφεντζής

Εξέταση Προόδου

Όνομα :

A.M:

Επίθετο :

Επιλέξτε την απάντησή σας βάζοντας ✓ μπροστά-αριστερά από το κελί του πίνακα που θεωρείτε πως έχει τη σωστή απάντηση.

Άσκηση 1 - Βαθμός: 15

Ένα πραγματικό περιοδικό σήμα όταν αναπτυχθεί σε εκθετική σειρά Fourier έχει συντελεστές

$$X_k = [2e^{-j\phi_1}, \sqrt{3}e^{j\phi_2}, 2e^{j\phi_1}, \sqrt{3}e^{-j\phi_2}, e^{j\phi_2}]$$

για $k = 1, 2, 3, 4, 5$.

Πόση είναι η ισχύς του σήματος;

Απ.		Απ.		Απ.		Απ.		Απ.	
	8		7		5	✓	30		10
	20		2		1/5		15		3/5

Άσκηση 2 - Βαθμός: 10

Ελέγξτε αν το παρακάτω σύστημα είναι γραμμικό, χρονικά αμετάβλητο, ευσταθές, αιτιατό, και δυναμικό

$$y(t) = (t - 1)^2 x(1 - t) + x^2(-t)$$

Απάντηση	Γραμμικό	Χ.Α.	Ευσταθές	Αιτιατό	Δυναμικό
	✓	✗	✗	✓	✓
	✓	✓	✓	✓	✓
	✗	✗	✓	✗	✗
	✓	✓	✓	✗	✓
✓	✗	✗	✗	✗	✓
	✓	✓	✗	✓	✗
	✗	✗	✗	✓	✗
	✗	✓	✗	✗	✓

Άσκηση 3 - Βαθμός: 20

Ένα σύστημα περιγράφεται από τη διαφορική εξίσωση

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 25y(t) = x(t)$$

και έχει αρχικές συνθήκες $y(0^-) = 1$, $\left. \frac{d}{dt}y(t) \right|_{t=0^-} = -1$.i. Βρείτε την κρουστική του απόκριση, $h(t)$.

Απ.		Απ.		Απ.	
	$\frac{1}{10} \sin(5t)u(t)$		$\left(\frac{1}{5}e^{-5t} - \frac{1}{5}e^{-10t}\right)u(t)$	✓	$\frac{1}{5} \sin(5t)u(t)$
	$\left(\frac{1}{5}e^{5t} - \frac{1}{5}e^{-5t}\right)u(t)$		$\frac{1}{5} \sin(10t)u(t)$		$\left(-\frac{1}{10}e^{5t} + \frac{1}{10}e^{-5t}\right)u(t)$
	$\left(\frac{1}{10}e^{5t} - \frac{1}{10}e^{-5t}\right)u(t)$		$\frac{2}{5} \sin(5t)u(t)$		$\frac{1}{15} \sin(25t)$

ii. Βρείτε την απόκριση μηδενικής κατάστασης, $y_{zs}(t)$, για $x(t) = u(t)$.

Απ.		Απ.		Απ.	
	$\left(\frac{1}{25} - 5 \sin(5t)\right)u(t)$		$\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{5} \cos(5t)\right)u(t)$		$\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{5} \sin(25t)\right)u(t)$
✓	$\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{25} \cos(5t)\right)u(t)$		$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cos(t)\right)u(t)$		$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cos(5t)\right)u(t)$
	$\frac{1}{5} \cos(25t)$		$\left(\frac{1}{25} \cos(25t) + \frac{1}{5} \cos(5t)\right)u(t)$		$\left(\frac{1}{25} \sin(5t) - \frac{1}{5} \cos(5t)\right)u(t)$

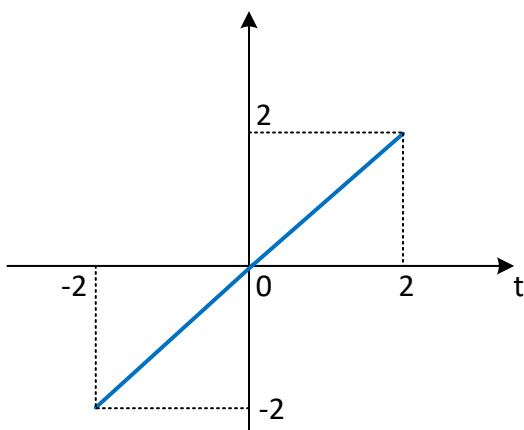
Άσκηση 4 - Βαθμός: 40Αναπτύξτε σε σειρά Fourier το περιοδικό σήμα $x(t)$ το οποίο σε μια περίοδο δίνεται ως

$$x_{T_0}(t) = \frac{A}{T_0}t, \quad 0 \leq t < T_0$$

Απ.		Απ.	
	$x(t) = -\frac{A}{2} + \frac{A}{\pi} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{2k} \cos((2k)2\pi f_0 t)$		$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{A}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k+1} \sin((k+1)2\pi f_0 t)$
	$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{A}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \cos((2k+1)2\pi f_0 t)$		$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{A}{\pi} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k} \sin(k2\pi f_0 t)$
✓	$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k} \sin(k2\pi f_0 t)$		$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \sin((2k+1)2\pi f_0 t)$
	$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \cos((2k+1)2\pi f_0 t)$		$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{A}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \sin((2k+1)2\pi f_0 t)$
	$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k} \cos(k2\pi f_0 t)$		$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{2k} \sin((2k)2\pi f_0 t)$

Άσκηση 5 - Βαθμός: 40

Βρείτε το Μετασχηματισμό Fourier του σήματος του παρακάτω Σχήματος.



Απ.		Απ.	
	$X(f) = j\left(\frac{2}{\pi^2 f^2} \cos(4\pi f) - \frac{1}{2\pi^2 f^2} \sin(4\pi f)\right)$		$X(f) = \frac{2}{\pi f} \cos(4\pi f) - \frac{1}{2\pi^2 f^2} \sin(4\pi f)$
✓	$X(f) = j\left(\frac{2}{\pi f} \cos(4\pi f) - \frac{1}{2\pi^2 f^2} \sin(4\pi f)\right)$		$X(f) = -\frac{2}{\pi f} \cos(4\pi f) - \frac{1}{2\pi^2 f^2} \sin(4\pi f)$
	$X(f) = j\left(\frac{4}{\pi f} \cos(8\pi f) + \frac{1}{4\pi^2 f^2} \sin(8\pi f)\right)$		$X(f) = j\left(\frac{8}{\pi f} \cos(4\pi f) - \frac{1}{2\pi^2 f^2} \sin(8\pi f)\right)$
	$X(f) = \frac{2}{\pi f} \cos(4\pi f) + \frac{1}{2\pi^2 f^2} \sin(4\pi f)$		$X(f) = \frac{2}{\pi^2 f^2} \cos(4\pi f) - \frac{1}{2\pi^2 f^2} \sin(4\pi f)$

Άσκηση 6 - Βαθμός: 15

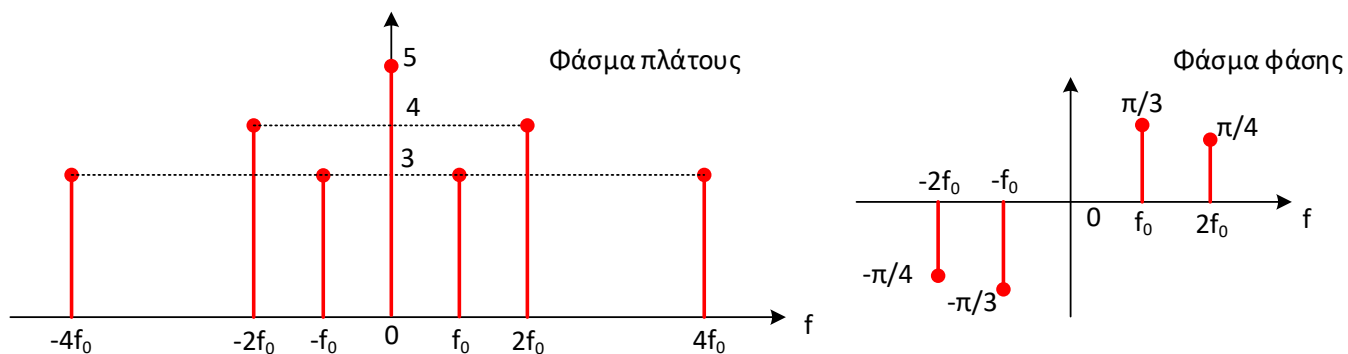
Αναπτύξτε σε σειρά Fourier το σήμα:

$$x(t) = [6 + 2 \cos(2\pi 5t)] \cos(2\pi 100t)$$

Απ.		Απ.	
	$\cos(180\pi t) + 6 \cos(200\pi t) + \cos(220\pi t)$		$(1/2) \cos(190\pi t) + 3 \cos(200\pi t) + (1/2) \cos(210\pi t)$
	$\cos(195\pi t) + 6 \cos(200\pi t) + \cos(205\pi t)$		$2 \cos(190\pi t) + 6 \cos(200\pi t) + 2 \cos(210\pi t)$
	$2 \cos(210\pi t) + 6 \cos(200\pi t) + 2 \cos(210\pi t)$		$2 \cos(190\pi t) + 3 \cos(200\pi t) + 2 \cos(210\pi t)$
	$6 \cos(200\pi t) + 2 \cos(2000\pi t)$		$\sin(190\pi t) + 6 \cos(200\pi t) + \sin(210\pi t)$
✓	$\cos(190\pi t) + 6 \cos(200\pi t) + \cos(210\pi t)$		$(1/2) \cos(190\pi t) + 6 \cos(200\pi t) + (1/2) \cos(210\pi t)$

Άσκηση 7 - Βαθμός: 15

Αναπτύξτε σε σειρά Fourier το σήμα του οποίου το φάσμα φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 1.



Σχήμα 1: Φάσματα άσκησης 7.

Απ.	
	$x(t) = 5 + 3 \cos(2\pi f_0 t - \pi/3) + 4 \cos(2\pi f_0 t + \pi/4) + 4 \cos(8\pi f_0 t)$
✓	$x(t) = 5 + 6 \cos(2\pi f_0 t + \pi/3) + 8 \cos(4\pi f_0 t + \pi/4) + 6 \cos(8\pi f_0 t)$
	$x(t) = 5 + 3 \cos(2\pi f_0 t + \pi/3) + 4 \cos(2\pi f_0 t + \pi/4) + 4 \cos(2\pi f_0 t)$
	$x(t) = 5 + 3 \cos(2\pi f_0 t + \pi/3) + 4 \cos(4\pi f_0 t + \pi/4) + 4 \cos(8\pi f_0 t)$
	$x(t) = 6 \cos(2\pi f_0 t + \pi/3) + 8 \cos(4\pi f_0 t + \pi/4) + 6 \cos(8\pi f_0 t)$
	$x(t) = 5 + 6 \cos(2\pi f_0 t - \pi/3) + 8 \cos(4\pi f_0 t - \pi/4) + 6 \cos(8\pi f_0 t)$
	$x(t) = 5 + 6 \sin(2\pi f_0 t + \pi/3) + 8 \sin(4\pi f_0 t - \pi/4) + 6 \cos(8\pi f_0 t)$