

HY-215: Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς

Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού, Γ. Καφεντζής



Φροντιστήριο 2

Σειρές Fourier και Ιδιότητες

7 – 3 – 2023

1.1) Ένα πραγματικό περιοδικό σήμα όταν αναπτυχθεί σε εκθετική σειρά Fourier έχει μη μηδενικούς συντελεστές για $\kappa > 0$ ως εξής:

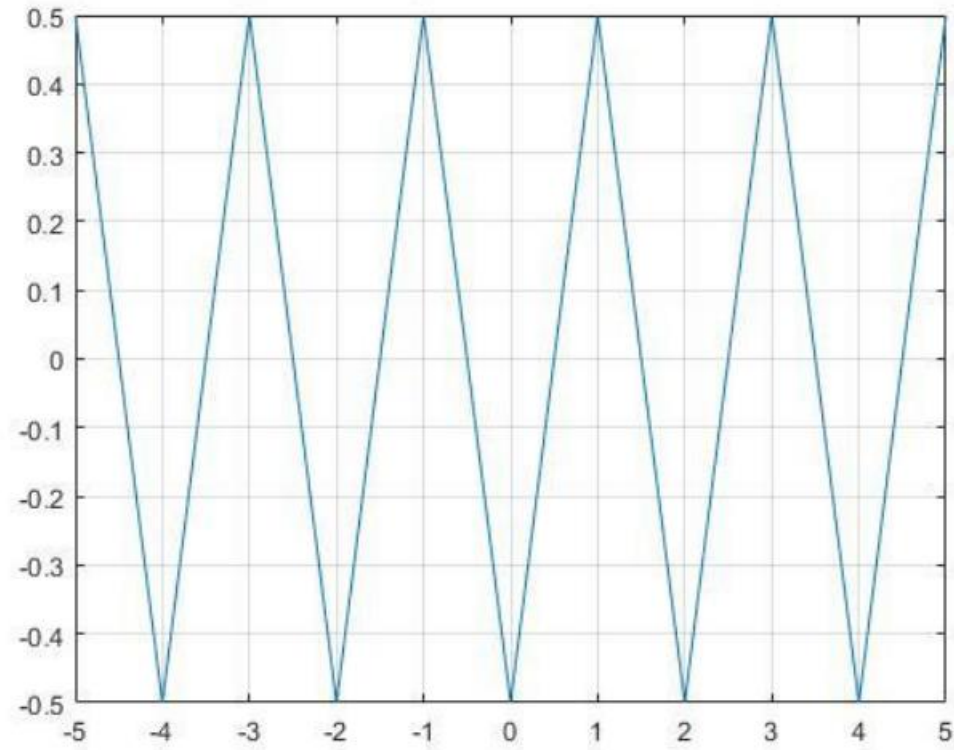
$$X_1 = 5, X_2 = 4j, X_3 = 3e^{j\pi/8}$$

A.) Πόση είναι η ισχύς του σήματος;

B.) Τι ποσοστό της συνολικής ισχύος του σήματος οφείλεται στον πρώτο όρο της τριγωνομετρικής (ή μονόπλευρης) αναπαράστασής του σε σειρά Fourier (δηλαδή για $\kappa = 1$);

Γ.) Αν γνωρίζετε ότι για το σήμα (έστω $x(t)$) ισχύει $T_0 = 2$, να βρείτε το σήμα

1.2) Έστω το εξής περιοδικό σήμα $x(t)$:



Να υπολογίσετε τους συντελεστές X_k του σήματος, καθώς και τον συντελεστή X_0

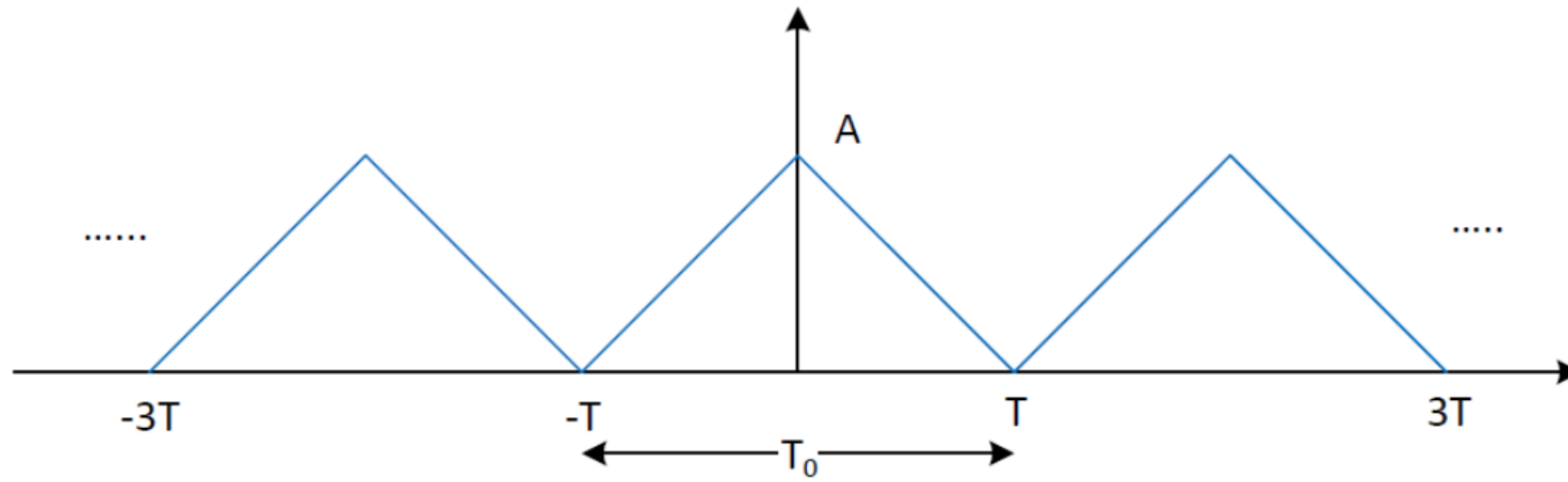
- 1.3) (HW2-2015-16 Άσκηση 7) Έστω ένα περιοδικό με περίοδο T_0 σήμα $x(t)$ το οποίο έχει συντελεστές Fourier

$$X_k = -\frac{\pi^2}{2jk^2}$$

Χωρίς να υπολογίσετε το $x(t)$, απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

- Το σήμα $x(t)$ είναι πραγματικό ή μιγαδικό;
- Βρείτε τους συντελεστές Fourier Y_k του σήματος $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$
- Βρείτε τους συντελεστές Fourier Z_k του σήματος $z(t) = x(t - \frac{T_0}{2})$
- Βρείτε τους συντελεστές Fourier W_k του σήματος $w(t) = \int_{-\infty}^t y(\tau) d\tau$

1.4) (HW2-2015-16 Άσκηση 11) Έστω το σήμα του παρακάτω σχήματος:



Βρείτε τους συντελεστές της εκθετικής σειράς Fourier.

1.5) (HW3-2017-18 Άσκηση 4) Έστω ότι για ένα περιοδικό σήμα $x(t)$ μας δίνονται οι παρακάτω πληροφορίες:

1. Έχει θεμελιώδη συχνότητα $f_0 = \frac{1}{2} \text{ Hz}$ και συντελεστές Fourier X_k
2. Ισχύει: ~~$X_k \neq 0, \kappa = -1, 0, 1$~~ $\rightarrow X_k = 0, |k| \geq 2$
3. $x(t) \in R$ και $x(t) = -x(-t)$
4. $P_x = 1$ (Ισχύς)

Βρείτε δύο σήματα που ικανοποιούν τις παραπάνω προδιαγραφές.

- 1.6) (HW3-2018-19) Έστω $x(t)$ ένα περιοδικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα f_0 και συντελεστές Fourier X_k . Πως σχετίζεται η θεμελιώδης συχνότητα \hat{f}_0 του σήματος

$$y(t) = x(1 - t) + x(t - 1)$$

με τη συχνότητα f_0 του $x(t)$; Βρείτε επίσης μια σχέση μεταξύ των συντελεστών Fourier X_k του σήματος $x(t)$ και των Y_k του $y(t)$.